

受験番号						
------	--	--	--	--	--	--

## 自然科学

### 問題冊子

### 指示

合図があるまでは絶対に中を開けないこと

1. この試験は、高校で学習したことと、与えられている資料を読んで、あなたがその内容をどの程度理解し、分析し、また総合的に判断することができたかを調べるためのものです。
2. この冊子には、数学、物理、化学、生物の4分野の問題が含まれています。その中から2分野だけを選んで解答してください。3分野以上選んで解答すると無効となります。
3. 配点は各分野とも40点満点で、2分野の合計で**80点**満点です。
4. いずれの分野も資料と13-14の問題から成っています(数学：問題1-13、物理：問題21-33、化学：問題41-53、生物：問題61-74)。分野によっては、資料と問題が混在している場合があります。
5. 解答のための時間は、「解答はじめ」の合図があつてから正味**70分**です。
6. 解答のしかたは、問題の前に指示してあります。答えが指示どおりでないと、たとえそれが正解でも無効になりますから、解答のしかたをよく理解してから始めてください。
7. 選んだ分野と答えは、すべて解答カードの定められたところに指示どおり鉛筆を用いて書きいれてください。一度書いた答えを訂正するには、消しゴムできれいに消してから、あらためて正しい答えを書いてください。
8. もしなにか書く必要のあるときには、必ずこの冊子の余白を用い、解答カードには絶対に書きいれないでください。この冊子以外の紙の使用は許されません。
9. 「解答やめ」の合図があつたらただちにやめて、この冊子と解答カードとを監督者が集め終わるまで待ってください。集める前に退室したり用紙をもちだすことは、絶対に許されません。
10. 指示について質問があるときは、監督者に聞いてください。ただし資料と問題の内容に関する質問はいっさい受けません。

「受験番号」を解答カードの定められたところに忘れずに書きいれること

# 数 学

問題(1-13)には、それぞれ a, b, c, d の4つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, dの中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, dのいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例  C<sub>a</sub>C C<sub>b</sub>C C<sub>c</sub>C C<sub>d</sub>C

## I

関数  $f(x)$  に対して、その導関数  $f'(x) = \frac{d}{dx}f(x)$  が存在するときに

$$\tilde{f}(x) = \frac{d}{dx}\{(x+1)f(x)\}$$

と定義する。ここで変数  $x$  について微分する操作を  $\frac{d}{dx}$  と表している。  
たとえば、 $f(x) = ax + b$  ならば、

$$\tilde{f}(x) = \frac{d}{dx}\{(x+1)(ax+b)\} = 2ax + (a+b)$$

となる。

ところで、関数という語や  $\frac{dy}{dx}$  といった記号は、ライプニッツが1670年代から用い始め、通常使われる関数の記号  $f(x)$  は1730年代にはオイラーが使い始めていた。

いろいろな関数  $f(x)$  について  $\tilde{f}(x)$  を考えよう。また、関数  $f(x)$  に対して関数  $\tilde{f}(x)$  を対応させる働きを  $T$  と記そう。

$$T[f(x)] = \tilde{f}(x)$$

この記号を使えば、 $T[ax+b] = 2ax + (a+b)$  となる。

上記の  $T$  のような、関数から別の関数を作る操作は変換とよばれるもの一種であり、 $\frac{d}{dx}$  も変換の一種である。現在では様々な変換が用いられている。

最初に, 1次関数  $f(x) = ax + b$  の場合を考える.

$$f_1(x) = f(x), \quad f_2(x) = T[f_1(x)], \quad \dots, \quad f_n(x) = T[f_{n-1}(x)] \quad (n > 1)$$

のように次々と  $f_n(x)$  を決める.

1.  $f(x) = x + 1$  の場合に,  $f_5(x)$  は次のどれか.

- a.  $8x + 7$
- b.  $8x + 8$
- c.  $16x + 16$
- d.  $16x + 17$

2.  $f(x) = x + 1$  の場合に,  $f_n(x) = a_n x + b_n$  ( $n \geq 1$ ) とおく.

$$a_n > 1000$$

となる最小の  $n$  は次のどれか.

- a.  $n = 10$
- b.  $n = 11$
- c.  $n = 12$
- d.  $n = 13$

3.  $f(x) = x$  の場合に, 関数  $f_n(x)$  ( $n \geq 1$ ) を考える.

次の点のうち, どの  $n$  についても不等式  $y \geq f_n(x)$  を満たす点, すなわち, どの  $n$  についても直線  $y = f_n(x)$  の上側にある点はどれか.

- a.  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
- b.  $(0, 4)$
- c.  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$
- d.  $(-1, 0)$

今度は、2次関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) を考えよう。 $(\tilde{f})'(x) = \frac{d}{dx}\tilde{f}(x)$  とおく。

4. 2次関数  $f(x)$  が条件

$$\tilde{f}(0) = 5, \quad \tilde{f}(-1) = 2, \quad (\tilde{f})'(0) = 6$$

を満たすとき、 $f(x)$  は次のどれか。

- a.  $f(x) = x^2 + x + 4$
- b.  $f(x) = x^2 + 2x + 3$
- c.  $f(x) = \frac{1}{5}(9x^2 + 12x + 13)$
- d.  $f(x) = \frac{1}{5}(9x^2 + 13x + 12)$

5. 2次関数  $f(x)$  について、関数  $\tilde{f}(x)$  のグラフ  $y = \tilde{f}(x)$  は点  $(0, 3)$  を通り、かつ直線  $y = x + \frac{3}{4}$  と点  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$  において接するとする。

このとき、 $f(x)$  は次のどれか。

- a.  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$
- b.  $f(x) = 3x^2 + x + 2$
- c.  $f(x) = x^2 - 2x + 3$
- d.  $f(x) = x^2 + 2x + 3$

導関数  $f'(x)$  の微分を  $f''(x)$  と記す。同様に  $(\tilde{f})''(x) = \frac{d}{dx}(\tilde{f})'(x)$  とおく。

6. 2次関数  $f(x)$  について次の式のうちで 正しくない 式はどれか。

- a.  $(\tilde{f})'(0) = 2f'(0) + f''(0)$
- b.  $(\tilde{f})''(0) = 3f''(0)$
- c.  $\tilde{f}(-1) = f(-1)$
- d.  $(\tilde{f})'(-1) = 2f'(-1) + f''(-1)$

7. 2次関数  $f(x)$  について、方程式  $f(x) = 0$  は  $-1$  以外の重解をもつとする。このとき、次の連立方程式のうち共通解を もたない ものはどれか。

- a.  $\begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$
- b.  $\begin{cases} f(x) = 0 \\ \tilde{f}(x) = 0 \end{cases}$
- c.  $\begin{cases} \tilde{f}(x) = 0 \\ (\tilde{f})'(x) = 0 \end{cases}$
- d.  $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ \tilde{f}(x) = 0 \end{cases}$

次に、2次以下の整式が定める関数を考える。

8.  $k$  について、2次以下の整式  $f(x)$  ( $f(x) \neq 0$ ) が存在して、 $x$  についての恒等式  $T[f(x)] = kf(x)$ 、すなわち  $\tilde{f}(x) = kf(x)$  が成り立つと仮定する。このとき、 $k$  として可能な値は次のどれか。

- a.  $k = 0, 1, 2$
- b.  $k = 0, 2, 3$
- c.  $k = 1, 2, 3$
- d. 仮定を満たす  $k$  は存在しない。

今度は、 $f(x)$  を3次関数とする。

9.  $f(x) = ax^3$  ( $a > 0$ ) について、曲線  $y = \tilde{f}(x)$  と  $x$  軸が囲む領域の面積がちょうど 1 となる  $a$  の値は、次のどれか。

- a.  $a = \frac{64}{81}$
- b.  $a = \frac{64}{27}$
- c.  $a = \frac{256}{81}$
- d.  $a = \frac{256}{27}$

## II

ガリレオ・ガリレイが自作の望遠鏡を夜空に向け、様々な発見をしてから 400 周年の年が 2009 年であった。1609 年末にガリレオは自作の望遠鏡をまず月に向け、1610 年 1 月には木星の 4 つの衛星を発見したのだった。ガリレオはそれに先立つ 20 年ほど前の 1589 年から 3 年間はピサ大学で数学を教えていた。

惑星の太陽の周りの運動(公転)で、惑星は橜円の軌跡を描くこと(ケプラーの第 1 法則)が知られている。ここでは惑星同士の接近について、円運動で近似したモデルを考えてみる。

点 P が点 O を中心とする半径 R の円の上を反時計回りに進む等速運動を考える。時刻  $t = 0$  のとき点  $(R, 0)$  において、時刻  $t = T$  で初めて点  $(R, 0)$  に戻るとすると、時刻 t における点 P の位置は

$$\left( R \cos \frac{2\pi}{T}t, R \sin \frac{2\pi}{T}t \right) \quad (\sharp)$$

である。 $T$  は周期、 $\frac{2\pi}{T}$  は角速度とよばれる。

10. 時刻  $t$  における点 P の位置が上の式 (sharp) で与えられるとき、時刻  $t = \frac{T}{24}$  における位置の  $x$  座標は次のどれか。

- a.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}R$
- b.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}R$
- c.  $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}R$
- d.  $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}R$

さて、同一平面上を点  $P_1, P_2, P_3$  が点  $O$  を中心とする円運動をすると仮定する。点  $P_1, P_2, P_3$  の半径  $R$  がそれぞれ  $0.4, 0.7, 1$  で、周期  $T$  がそれぞれ  $0.25, 0.6, 1$  であるとする。実は、この数値は水星、金星、地球の場合の数値を近似している。

点  $P_2, P_3$  の運動について考える。時刻  $t = 0$ において、 $P_2$  は  $(0.7, 0)$  に、 $P_3$  は  $(1, 0)$  にいたとする。このとき、2点の距離  $P_2P_3 = 0.3$  は最小である。このように2点の距離が最小であることを、その2点は最接近している、ということにする。

11. 上の状況で、時刻  $t = 0$  の後で初めて2点  $P_2, P_3$  が最接近する時刻  $t$  は次のどれか。

- a.  $t = \frac{3}{4}$
- b.  $t = \frac{3}{2}$
- c.  $t = \frac{5}{2}$
- d.  $t = 3$

12. 同じく上の状況で、時刻  $t = \frac{9}{16}$  における2点  $P_2, P_3$  の距離の2乗  $(P_2P_3)^2$  に最も近い値は、次のどれか。ただし、 $\sqrt{2} = 1.414\cdots, \sqrt{3} = 1.732\cdots$  である。

- a. 0.50
- b. 0.79
- c. 2.19
- d. 2.48

3点  $P_1, P_2, P_3$  が時刻  $t = 0$ において、それぞれ  $P_1$  は  $(0.4, 0)$  に、 $P_2$  は  $(0.7, 0)$  に、 $P_3$  は  $(1, 0)$  にいたとする。

13. 上の状況で、3点  $P_1, P_2, P_3$  が時刻  $t = 0$  の後で初めて点  $O$  を通る一本の直線の上にある時刻  $t$  は、次のどれか。

- a.  $t = \frac{3}{2}$
- b.  $t = 3$
- c.  $t = \frac{9}{2}$
- d.  $t = 12$

参考文献：

数学辞典 第4版、岩波書店、2007年。

S.G. ギンディキン著、ガリレイの17世紀 – ガリレイ、ホイヘンス、パスカルの物語 –、  
シュプリンガーフェアラーク東京、1996年。



# 物 理

問題(21-33)には、それぞれ a, b, c, d の4つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, dの中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, dのいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例

## I

均質で、直方体の形状の板が床に置いてある。その上に、同じ材質でできた同じ形状の板を平行にずらして積み重ねる。上に載せた板が崩れないように積むには、どこまでずらすことができるだろうか。

図1のように、底面の一辺と平行な方向に板をずらすとする。板をずらす方向を  $x$  軸として、一番下の板の左端の  $x$  座標  $a_1$  を原点に ( $a_1 = 0$ )、右端の  $x$  座標を  $b_1$  とすれば、 $b_1$  は板の辺の長さ  $\ell$  に一致することになる ( $b_1 = \ell$ )。同様に、その上に載せた2枚目の板の左端と右端の  $x$  座標を  $a_2$ ,  $b_2$  としよう。

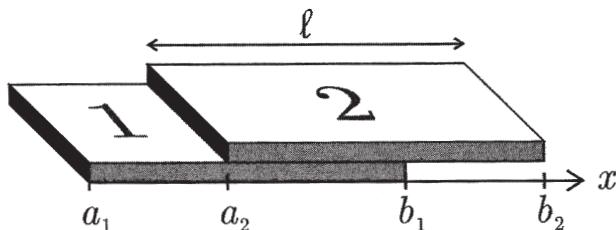


図 1: 2枚の板を積み重ねた場合

はじめに板の端を合わせておいた状態から徐々に積み重ねた板をずらしていくとき、  
上に載せた板の [ア] の座標が、下の板の [イ] の座標を超えたところで、重ねた板は崩  
れてしまう。したがって 2 枚の板を重ねるときは、2 枚目の板は  $a_2 =$  [ウ] までずらすこ  
とができる。

21. 文中の ア, イ, ウ に入る適切な語句・値として正しいものを選べ。

- a. ア: 左端 イ: 重心 ウ:  $\frac{\ell}{2}$
- b. ア: 重心 イ: 右端 ウ:  $\frac{\ell}{2}$
- c. ア: 左端 イ: 右端 ウ:  $\ell$
- d. ア: 重心 イ: 重心 ウ: 0

次に図2のように、3枚の板を積み重ねる場合を考える。2枚の場合と同様に、上の板をそれぞれ  $x$  軸方向にずらしたとする。重ねた板を崩さずに、一番上の板の右端  $b_3$  ができるだけ大きくなるように積み上げるには、それぞれの板の位置をどのようにすればよいだろうか。

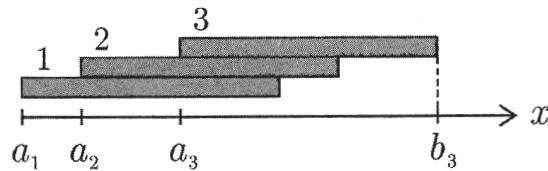


図 2: 3枚の板を重ねた場合の側面図

22.  $b_3$  が最大となるとき、上2枚の板の重心の位置として、正しいものを選べ。

- a.  $a_2 + \frac{1}{2}\ell$
- b.  $a_2 + \frac{2}{3}\ell$
- c.  $a_2 + \frac{3}{4}\ell$
- d.  $a_2 + \frac{4}{5}\ell$

23. そのときの  $a_2$ ,  $a_3$  の位置として、正しいものを選べ。

- a.  $a_2 = \frac{\ell}{2}$ ,  $a_3 = \frac{\ell}{2}$
- b.  $a_2 = \frac{\ell}{3}$ ,  $a_3 = \frac{2\ell}{3}$
- c.  $a_2 = \frac{\ell}{4}$ ,  $a_3 = \frac{3\ell}{4}$
- d.  $a_2 = \frac{\ell}{5}$ ,  $a_3 = \frac{4\ell}{5}$

さらに板を次々と積み上げていったとする。板を崩さずに、一番上の板ができるだけ大きく右側にずらすようにするにはどうしたらよいだろうか。図3のように、それぞれの板はすべて  $x$  軸方向のみにずらすものとして、 $N$  枚積み上げたときの一番上の板の左端の座標を  $a_N$ 、右端の座標を  $b_N$  とする。

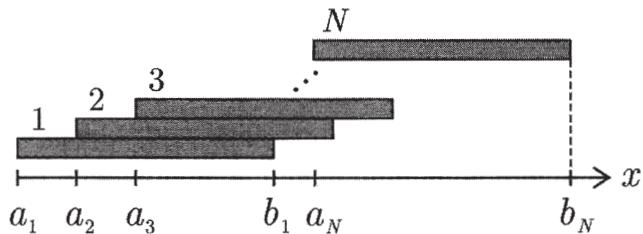


図3:  $N$ 枚の板を積み重ねた場合

24. 4枚の板を積み重ねる場合を考える。一番上の板の右端の座標  $b_4$  が最大となるとき、下から2番目の板の左端の位置  $a_2$  の値として正しいものを選べ。

- a.  $a_2 = \frac{\ell}{2}$
- b.  $a_2 = \frac{\ell}{4}$
- c.  $a_2 = \frac{\ell}{6}$
- d.  $a_2 = \frac{\ell}{8}$

25. 何枚か積み重ねていくと、やがて一番上の板の左端を一番下の板の外側に、すなわち  $a_N > b_1$  となるように置くことができるようになる。初めて  $a_N > b_1$  の位置に置くことができるようになるのは、板を何枚重ねたときか。

- a. 4枚
- b. 5枚
- c. 6枚
- d. 7枚

## II

私たちに音が聞こえるのはなぜだろうか。音源が振動すると、周囲にある空気などの媒質の分子を動かして、分子の分布が密になる部分とまばら（疎）になる部分を作り出す。この疎密による波（疎密波）が媒質中を伝わって、耳の鼓膜を振動させるのである。疎密波の密な部分、あるいは疎な部分など波動の振動状態（位相）が同じである所をつないでできた面を波面とよぶ。音波が伝わる速さ（音速）とは、媒質に対して波面が進行する速さのことである。したがって、音速  $c_s$  は媒質の種類や状態によって決まるが、音源の運動とは無関係である。そのため音源が運動すると、波面と波面の間隔（波長）が変化する。この現象はたとえば、サイレンを鳴らしながら走る救急車が目の前を通過すると同時に、サイレンの音程が変化して聞こえる経験に見られる。これはドップラー効果とよばれる。

ドップラー効果によって、音程はどの程度変化するのだろうか。まず、音源が速度  $v$  で観測者  $O$  に接近している場合について考えよう。そのときの音波の波面を模式的に表すと、図4のようになる。この音源から発せられる音波が1回振動するのに要する時間（周期）を  $T$  としよう。今、時刻  $t = 0$  で観測者から距離  $L$  だけ離れた位置  $S_0$  に音源があつたとする。 $S_0$  で発された波面は、時刻  $t_0 = \boxed{\text{ア}}$  で観測者を通過する。次の波面が発せられるとき、音源は  $S_1$  まで移動しているので、その波面が観測者を通過する時刻  $t_1$  は  $\boxed{\text{イ}}$  となる。つまり、1波長が観測者を通過する時間は  $T' = t_1 - t_0$  である。振動数とは1秒間に振動する回数であるので、 $T$  と  $T'$  の関係より音源の発する音波の振動数  $f$  と観測者の聞く音の振動数  $f'$  の関係式が求められる。

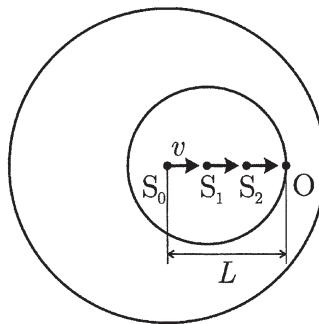


図 4: 音源が観測者に近づく場合

26. 文中の ア, イ に入る適切な式として正しいものを選べ.

- |       |                 |    |  |
|-------|-----------------|----|--|
| a. ア: | $\frac{L}{v}$   | イ: | $\frac{L - vT}{c_s}$                               |
| b. ア: | $\frac{L}{v}$   | イ: | $\frac{L}{c_s} + \left(1 - \frac{v}{c_s}\right) T$ |
| c. ア: | $\frac{L}{c_s}$ | イ: | $\frac{L - vT}{c_s}$                               |
| d. ア: | $\frac{L}{c_s}$ | イ: | $\frac{L}{c_s} + \left(1 - \frac{v}{c_s}\right) T$ |

今度は図5のように、静止している音源に観測者の方が速度  $v$  で接近する場合を考えよう。今、時刻  $t = 0$  に一つの波面が観測者を通過したとする。このとき観測者から見て、次の波面は速度  で接近しており、次の波面までの距離は  である。これより、1波長が観測者を通過する時間  $T''$  を求めれば、 $T$  と  $T''$  の関係から音源の発する音波の振動数  $f$  と観測者の聞く音の振動数  $f''$  の関係式が得られる。

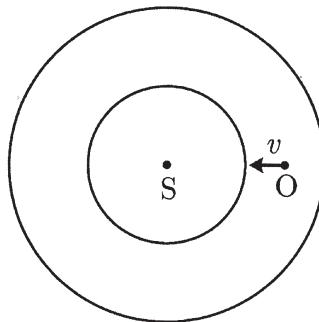


図 5: 観測者が音源に近づく場合

27. 文中のウ, エに入る適切な式として正しいものを選べ.

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| a. ウ: $c_s + v$ | エ: $c_s T$      |
| b. ウ: $c_s - v$ | エ: $c_s T$      |
| c. ウ: $c_s + v$ | エ: $(c_s - v)T$ |
| d. ウ: $c_s - v$ | エ: $(c_s - v)T$ |

28. 以上のように、音源から観測者に接近しても、観測者から音源に接近しても、観測者には音源から発されたときの音とは振動数が変化して聞こえることがわかる。それでは、(i) 音源の方から速度  $v$  で観測者に接近する場合と、(ii) 観測者の方から速度  $v$  で音源に接近する場合とで、観測者の聞く音の音程を比較したときについて、正しい記述を以下より選べ。

- a. (i) の場合も (ii) の場合も、同じ音程に変化して聞こえる。
- b. (i) の場合の方が (ii) の場合よりも、より高い音に聞こえる。
- c. (ii) の場合の方が (i) の場合よりも、より高い音に聞こえる。
- d. (i) と (ii) のどちらの場合の方がより高い音に聞こえるかは  $v$  による。

次に光について考えよう。光にも波動としての性質が見られることが知られている。光のドップラー効果も、定性的には音波と同様に説明されるが、これは正しくない。光の波（光波）は、音波のように媒質を介して伝搬するのではないからである。音波は媒質の無い真空中では伝搬しないが、光は真空中も伝搬する。光の速さ（光速）は有限で、真空中における光速  $c$  は

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ [m/s]} \doteq 3.00 \times 10^8 \text{ [m/s]}$$

である。媒質を介さないということは、光の速度とは何か特定の物体、つまり特定の座標に対する速度ではないことになる。したがって光速は、どの観測者から見ても一定である。そして、いかなる物体もこの速さを超えて運動することはできない。

問題 27 でみたように、観測者が光速よりも十分に遅い速さで音源に対して運動しているならば、観測者から見た相対的な音速は、ウ の式のように扱うことができる。ここではまず、静止している座標系（O 系）と、光速よりも十分に遅い速度で運動する座標系（O' 系）との関係について考えよう。

たとえば、図 6 のように O 系の原点にいる観測者に対して、一定の速度  $v$  ( $v \ll c$ ) で遠ざかる電車があるとする。電車の遠ざかる方向を O 系の  $x$  軸とし、O' 系の  $x'$  軸はこれに平行とする。二つの座標系は、時刻  $t = 0$  で一致していたとしよう。この場合、O 系で位置  $x$  にあるものを、時刻  $t$  に O' 系から見たときの座標  $x'$  は、オ となる。この式は、ガリレイ変換とよばれている。いま、この電車の中で  $t = 0$  に  $x'_0 = 0$  の位置から  $x'_1 = L$  の位置にある的に向かって矢が放たれた。電車の中では、矢は一定の速度  $V_a$  で進むとする。ガリレイ変換を用いれば、観測者から見た矢の飛距離はカ になる。

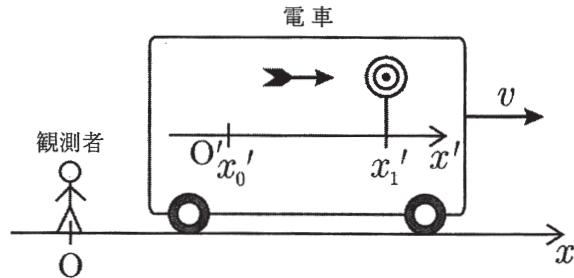


図 6: 観測者と、観測者から遠ざかる電車の座標系

29. 文中の オ, カ に入る適切な式として正しいものを選べ.

- |                     |                                      |
|---------------------|--------------------------------------|
| a. オ: $x' = x - vt$ | カ: $\left(1 + \frac{V_a}{v}\right)L$ |
| b. オ: $x' = x - vt$ | カ: $\left(1 + \frac{v}{V_a}\right)L$ |
| c. オ: $x' = x + vt$ | カ: $\left(1 + \frac{v}{V_a}\right)L$ |
| d. オ: $x' = x + vt$ | カ: $\left(1 + \frac{V_a}{v}\right)L$ |

ガリレイ変換が近似式であることは明らかである。もしも電車が光速に極めて近い速さで運動していたとすると、ガリレイ変換では観測者から見た矢の速度が光速を超える場合もあり得ることになってしまう。これは、どの座標系でも時間  $t$  が普遍的に流れていると考えていたことに起因する。アルバート・アインシュタインは、時間が座標系によらず絶対的なものだという概念を放棄し、座標系によって異なる時間が流れていると考えることによって、この矛盾を解決できる相対性理論を築き上げた。

では、たとえば地上に対して一定の速度  $v$  で運動するロケットで起こったことは、地上ではいつ、どこで起こったように見えるだろうか。地上の座標系（O 系）から見てロケットの運動する方向を  $x$  軸として、ロケット内の座標系（O' 系）の  $x'$  軸は  $x$  軸に平行とする。地上での時刻  $t$  とロケットでの時刻  $t'$  が  $t = t' = 0$  のときに、この二つの座

標系の原点は一致していたとしよう。O 系での時刻  $t$ 、位置  $x$  で起こったことを、O' 系で見た場合の時刻  $t'$ 、位置  $x'$  を求めるには、満たさなければならない条件がある。

まず、ニュートンの時代から考えられてきたように、O 系でも O' 系でも、同じ物理法則が成り立たなければならぬ（相対性原理）。この相対性原理によつて、O 系からは O' 系が一定速度  $+v$  で運動しているように見えるが、逆に O' 系からは O 系の方が速度  $-v$  の一定速度で運動するように見えるだけで、両座標系は同格であり、絶対的に静止している座標系は存在しないと言える。

それでもう一つ、いかなる座標系でも光の速度は一定だという事実（光速度不変の原理）が成り立たなければならぬ。つまり、O' 系の原点にある光源からの光の速度は、O 系から見ても、O' 系から見ても同じ速度に見えるはずである。この二つの原理に基づいた考察から得られる相対運動の正しい変換式は以下のようになる。

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}x - \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}t \quad (1)$$

$$t' = -\frac{v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}x + \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}t \quad (2)$$

これはローレンツ変換とよばれている。

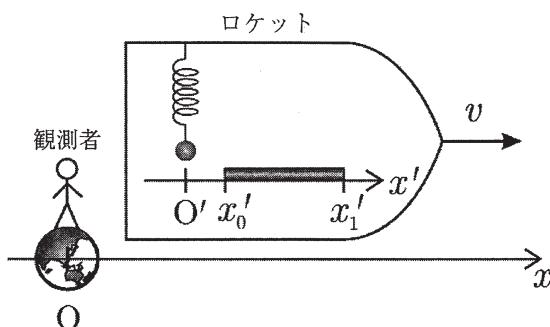


図7: 観測者と、観測者から遠ざかるロケットの座標系

30. ローレンツ変換を用いて、相対運動の性質を考察しよう。いま、図7のように、 $O'$  系に  $x'$  軸と平行に棒が置いてある。棒の両端の  $x'$  座標を、 $x'_0$ ,  $x'_1$  ( $x'_0 < x'_1$ ) とすれば、 $O'$  系での棒の長さは  $\ell' = x'_1 - x'_0$  となる。この棒を  $O$  系から見ると、長さはどうになるであろうか。ローレンツ変換を用いて、 $O$  系で棒の両端を同時に見た時の座標  $x_0$ ,  $x_1$  を求めれば、 $O$  系におけるこの棒の長さ  $\ell$  がわかるはずである。 $\ell'$  と  $\ell$  の関係について、正しいものを選べ。

- a.  $\ell = (1 - v^2/c^2) \ell'$  となるので、 $O$  系からみると棒は短くなって見える。
- b.  $\ell = \frac{1}{1 - v^2/c^2} \ell'$  となるので、 $O$  系からみると棒は長くなって見える。
- c.  $\ell = \sqrt{1 - v^2/c^2} \ell'$  となるので、 $O$  系からみると棒は短くなって見える。
- d.  $\ell = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ell'$  となるので、 $O$  系からみると棒は長くなって見える。

31. 次に、図7のように、 $O'$  系の原点 ( $x' = 0$ ) にある周期  $T'$  で振動するばね振り子について考えよう。この振り子を  $O$  系で見たときの周期  $T$  はどうなるだろうか。 $O'$  系で時刻  $t'_0$  に動き始めた振り子は、時刻  $t'_1 = t'_0 + T'$  に元の位置に戻ってくる。一方  $O$  系では、その間に振り子は  $vT$  だけ移動する。 $T'$  と  $T$  の関係について、正しいものを選べ。

- a.  $T = (1 - v^2/c^2) T'$  となるので、 $O$  系からみると振り子の周期は短くなって見える。
- b.  $T = \frac{1}{1 - v^2/c^2} T'$  となるので、 $O$  系からみると振り子の周期は長くなって見える。
- c.  $T = \sqrt{1 - v^2/c^2} T'$  となるので、 $O$  系からみると振り子の周期は短くなって見える。
- d.  $T = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} T'$  となるので、 $O$  系からみると振り子の周期は長くなって見える。

問題31をもとに、光波のドップラー効果について考えよう。いま、O系から見て速度 $v$ で遠ざかるO'系の原点にある光源から、振動数 $f_{\text{rest}}$ の光が放射されているとする。この光はO系の原点にいる観測者からは、どのような振動数の光に見えるだろうか。

O'系で光波の波面が時刻 $t'_0$ に放射されてから、次に1波長後の波面が放射される時刻 $t'_1$ までの経過時間 $T_{\text{rest}} = t'_1 - t'_0$ が、O'系で見た光波の周期である。このときのO系における経過時間 $T$ は、前問と同様にして求めることができる。しかし時間 $T$ が経過する間に、光源はさらにO系の原点にいる観測者から遠ざかっている。そのため、 $t_1$ に放射された光は、 $t_0$ で放射された光よりも、観測者に到達するまでにさらに $\Delta t$ だけ余分に時間がかかることになる。したがってO系の原点にいる観測者が、初めの光波の波面を観測してから、次の波面を観測するまでの1周期の時間 $T_{\text{obs}}$ は、これらを足した時間になる。

32. O系の原点にいる観測者が測定する光波の周期 $T_{\text{obs}}$ を求めれば、直ちにO系で測定される光の振動数 $f_{\text{obs}}$ が得られる。以下より、光のドップラー効果の式として正しいものを選べ。

- a.  $f_{\text{obs}} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} f_{\text{rest}}$
- b.  $f_{\text{obs}} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f_{\text{rest}}$
- c.  $f_{\text{obs}} = \sqrt{1-v^2/c^2} f_{\text{rest}}$
- d.  $f_{\text{obs}} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} f_{\text{rest}}$

宇宙にある様々な天体(星や銀河など)が地球から遠ざかる、あるいは接近する速度は、実際に光のドップラー効果を利用して測定されている。測定には、たとえば水素原子の線スペクトルなどが利用される。線スペクトルは、原子の電子が異なるエネルギー準位を遷移する際に放出(あるいは吸収)される特定の振動数の光である。したがって、線スペクトルが天体から放射された時の振動数 $f_{\text{rest}}$ はあらかじめわかっているので、天体の線スペクトルの振動数 $f_{\text{obs}}$ を測定すれば、その天体の速度を求めることができる。つまり、

線スペクトルの振動数の測定値が、元の振動数に比べてより大きい値であるほど、天体はより大きい速度で **キ** ということになる。

この原理を利用して、1929年にエド温イン・ハッブルは、遠方にある銀河ほど大きな速度で私たちから遠ざかっていることを発見した。これは、宇宙が時間と共に膨張していることを意味する。近年実際に、**ク** の写真には写っていても、**ケ** の写真には写っていない銀河が発見されている。このように大きなドップラー効果を示すことから、これらの銀河が、私たちの知る限りもっとも遠方にあるものの一つだということがわかるのである。

33. 文中の キ、ク、ケ に入る語として正しいものを選べ。

- a. キ: 遠ざかっている ク: 可視光線 ケ: 赤外線
- b. キ: 遠ざかっている ク: 赤外線 ケ: 可視光線
- c. キ: 接近している ク: 可視光線 ケ: 赤外線
- d. キ: 接近している ク: 赤外線 ケ: 可視光線

# 化 学

問題(41-53)には、それぞれa, b, c, dの4つの答えが与えています。各問題につき、a, b, c, dの中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたるa, b, c, dのいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例

Ⓐ

Ⓑ Ⓣ Ⓤ



Ⓓ Ⓥ

必要であれば次のデータを用いなさい。

原子量 炭素: 12 水素: 1 酸素: 16 アボガドロ定数:  $6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$

生成熱  $\text{CO}_2$ : 394 kJ/mol  $\text{H}_2\text{O}$  (气体): 242 kJ/mol

$\sqrt{2} \approx 1.41$      $\sqrt{3} \approx 1.73$      $\sqrt{5} \approx 2.23$

## I

光と物質との関係について考えてみよう。

光とは何か? 今から200年前、光は原子の一つであると考えられていたが、光の本質は波動と粒子の二つの性質を併せもつことがド・ブロイの研究により結論された。すなわち、光は振動数  $\nu$  に比例するエネルギー  $h\nu$  ( $h$  はプランク定数) をもつ波動であり、かつ粒子性をもつ光量子である。振動数と波長  $\lambda$  は  $\nu = c / \lambda$  ( $c$  は光速) の関係にあるので、アボガドロ数  $N$  個分の光量子のエネルギー  $E$  [kJ/mol] は、 $\lambda$  を nm 単位で表すと次式のようになる。

$$E = Nh\nu = \frac{Nh c}{\lambda} = \frac{1.20 \times 10^5}{\lambda}$$

物質に光を当て、光が受ける変化を観測すると物質の構造や状態を知ることができるので、自然科学において重要な研究方法となっている。例えば、結晶に光を当てたときの光の回折を観測すると結晶の三次元構造を知ることができる。

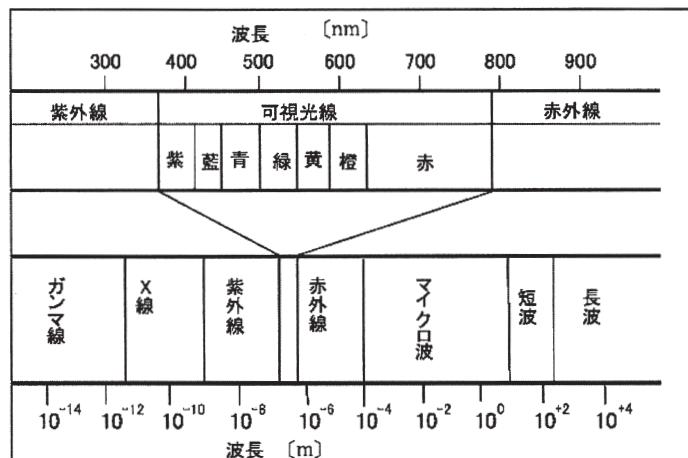
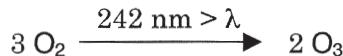


図 1. 電磁波の波長

光は厳密には電磁波の一種で、電磁波は波長領域によって固有の名が付けられている（図1）。例えば、可視光線はヒトの目が色として感知できる電磁波である。

太陽光の一部は、紫外線、可視光線、赤外線など波長の異なる電磁波として地球上に届き、その光エネルギーにより様々な作用が引き起こされる。

例えば、昼間の明るさは可視光線の照射によるものであり、青空や夕焼け色は可視光線の中の青色光あるいは赤色光が目に映ることによる。また、赤外線の作用によって地面が暖められ、水が蒸発する。これらの例は、電磁波が物質におよぼす物理作用であるが、化学変化を引き起こす電磁波もある。大気上層において紫外線により酸素がオゾンに変換する反応がその例である。この反応は、242 nmよりも短い波長の光によって起こるため、波長の短い紫外線が地上に降り注ぐ量を減らし、陸上生物の生命を守っている。



緑色植物が行っている光合成は、可視光線によって水と二酸化炭素からブドウ糖と酸素を合成する反応である。光合成は、呼吸、燃焼の逆反応で生命の存在に必要な物質を、太陽エネルギーを利用し葉緑素（クロロフィル）という光触媒を使って合成する過程である。

太陽だけが光源ではない。電気エネルギーを利用した照明器具、赤外線を発生する電熱器、紫外線を発生する殺菌灯も光源である。これらの光は、日常生活だけでなく化学反応にも利用される。例えば、メタンと塩素の混合気体に光を照射すると次のような置換反応が起こる。



この光化学反応は、Cl—Cl 間の共有結合 (239 kJ/mol) に相当する紫外線を照射すると塩素分子が塩素原子に分解する反応が最も効率良く起こり、塩素原子とメタンとの反応が開始する。同様の光化学反応は、アルカン類と臭素との間でも起きる。

ここで視点を変え、物質が光を吸収しながらも化学変化を起こさない現象について考えてみよう。ミカンの皮はなぜ黄色に見えるのだろうか。ミカンには  $\beta$ -カロテン ( $\text{C}_{40}\text{H}_{56}$ ) という物質が含まれていて、波長 450 nm の可視光線を吸収する。450 nm の光は青色光に相当し、白色光の中の青色光が吸収され、補色の黄色の光が反射して目に映るのである。一方、 $\beta$ -カロテン分子を 2 分割したような構造をもつビタミン A ( $\text{C}_{20}\text{H}_{30}\text{O}$ ) は無色の物質である。ビタミン A は 325 nm の紫外線を吸収するため、その領域以外の光が目に映っても色として感知されない。一般に、可視光線よりも波長の短い光を吸収するベンゼンやフェノールは無色である。酸塩基滴定に用いる指示薬は可視光線を吸収し、pH によって色が変化する物質である。

一定濃度範囲において、物質の溶液濃度が高いほど光の吸収度（A と表す）が大きくなることに注目したランベルトとペールは、次のような関係式を見いだした。

$$A = \epsilon C \ell$$

ただし、C は溶液のモル濃度 [mol/L]

$\ell$  は試料を通過する光路の長さ [cm]

$\epsilon$  は、1 mol/L 溶液を  $\ell = 1$  cm の測定容器（セル）に入れて測定したときの吸光度で、「分子吸光係数」とよぶ。この関係式を使うと、濃度が決まり、体積が分かれれば溶液中の物質量を簡単にしかも正確に決定することできるので、化学分析法として広く利用されている。

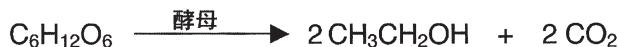
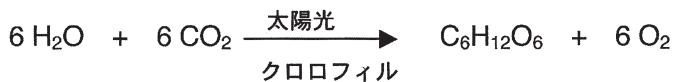
41. エタンの光化学反応の例を次式に示す。



C—H, Br—Br 間の結合エネルギーが、それぞれ 421, 193 kJ/mol とすると、この反応が最も効率的に起こる光の波長は、次の中のどれにもっとも近いか。

- a. 620 nm
- b. 453 nm
- c. 285 nm
- d. 62 nm

光合成およびグルコースのアルコール発酵の反応式を次に示す。



ただし、グルコースのアルコール発酵で発生する熱量は 60 kJ/mol、エタノールの燃焼熱は 1,370 kJ/mol である。

42. 光合成においてグルコース 90 g を生成するのに使われる太陽エネルギーはどれ位か。

- a. 1,400 kJ/mol
- b. 1,370 kJ/mol
- c. 780 kJ/mol
- d. 715 kJ/mol

43. 植物の組織体であるセルロースは、光合成の生成物であるグルコースから生合成される高分子多糖である。セルロースから成る枯れ木や草の燃焼によって生じる  $\text{CO}_2$  が光合成にリサイクル使用されると考えると、十分長い時間内における地球上の  $\text{CO}_2$  総量には影響を与えない見なすことができる。一方、ガソリンなどの化石燃料から発生する  $\text{CO}_2$  は、大気濃度を上昇させ地球温暖化の原因につながるため、今大きな問題となっている。

ガソリン成分であるオクタン( $\text{C}_8\text{H}_{18}$ , 20 °Cにおける密度 0.70 g/cm<sup>3</sup>) 1 L を完全燃焼させたとする。この時生じる  $\text{CO}_2$  が植物の光合成によりグルコースおよび酸素に変換されると仮定すると、それぞれを約何 g 生成することになるか。

- a. グルコース 720 g, 酸素 780 g
- b. グルコース 1,440 g, 酸素 1,560 g
- c. グルコース 1,560 g, 酸素 1,440 g
- d. グルコース 8,640 g, 酸素 65 g

44. 二重結合が直鎖状に交互に結合している(共役二重結合をもつ)アルケン類(ポリエンと呼ぶ)が吸収する光の波長 [nm] を次に示す。

	二重結合の数(n)	nm
$\text{CH}_2=\text{CH}_2$	1	171
$\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}_2$	2	217
$\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}_2$	3	260
$\text{H}-(\text{CH}=\text{CH})_5-\text{H}$	5	330
$\text{H}-(\text{CH}=\text{CH})_{10}-\text{H}$	10	422
リコペン	11	470

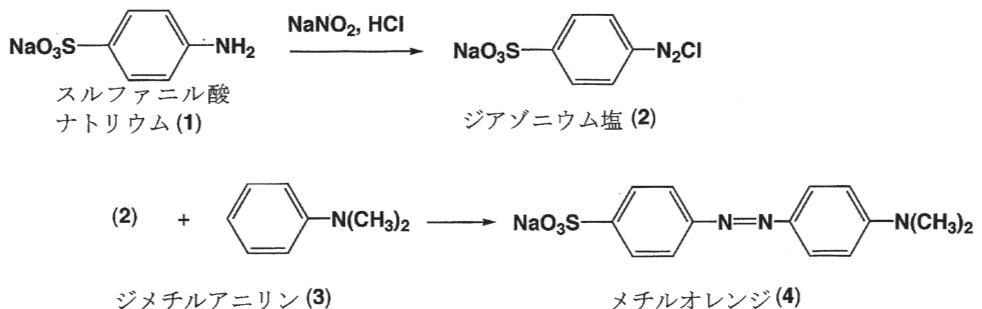
(天然色素、二重結合炭素にメチル基が結合している)

- ア. 共役二重結合数の多いポリエンほどエネルギーの小さな光を吸収する。
- イ. n が 8 のポリエンの光吸収波長は 380 nm 以下の値と予想される。
- ウ. 炭素 8 個からなる直鎖状ポリエンは可視光線を吸収する。
- エ. リコペンは青色の物質である。
- オ. n が 10 のポリエンに水素化反応を行うと色が変化する。
- カ. 臭素水を n が 2 のポリエンに加えると色が消失する。

次の中で正しい組合せはどれか。

- a. アとイとウ
- b. ウとエとカ
- c. イとエとオ
- d. アとオとカ

45. 酸塩基滴定に用いる指示薬メチルオレンジ(4)は、次式のようにアゾカップリング反応により合成することができる。



実験手順：

- 1) 0.001 mol のスルファニル酸ナトリウム(1)から合成したジアゾニウム塩(2)の水溶液 4 mL を、0.001 mol ジメチルアニリン(3)の酢酸溶液 1 mL にかき混ぜながら加えた。
- 2) 10 分後、この反応溶液に 1 mol/L の水酸化ナトリウム溶液を 5 mL 加えて pH を 12 にした。次に、その溶液を 1 mL とり、水で 2500 倍に(50 倍希釈を 2 度行い)希釈した。
- 3) その希釈溶液を光路 1 cm の測定容器に入れ、波長 460 nm において吸光度(A)を測定したところ 0.84 であった。  
ただし、pH 12、波長 460 nm におけるメチルオレンジ(4)の分子吸光係数は、 $2.4 \times 10^4$  とする。また、スルファニル酸ナトリウム(1)およびジメチルアニリン(3)は可視光領域の光を吸収しないことが分かっている。

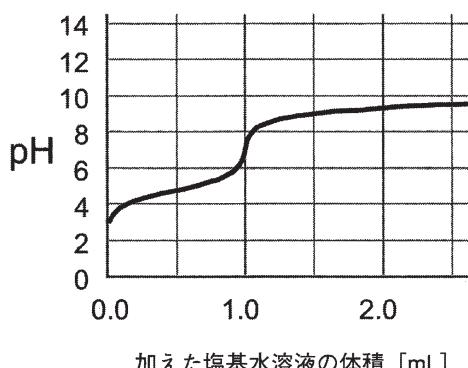
この時点で、出発物質であるスルファニル酸ナトリウム(1)の約何%がメチルオレンジ(4)に変化したことになるか。次のの中から最も近い値を選べ。

- a. 90 %
- b. 75 %
- c. 60 %
- d. 50 %

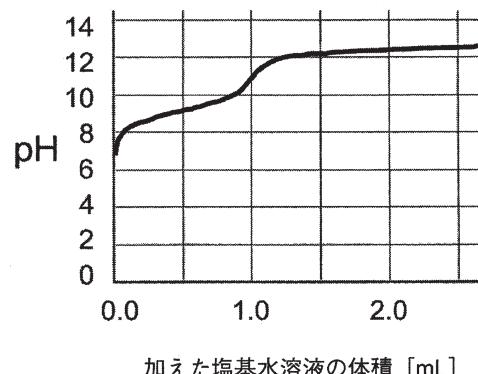
## II

図 A, B, C, D は  $0.1 \text{ mol/L}$  の酸の水溶液を  $0.1 \text{ mol/L}$  の塩基の水溶液で滴定した際の理論的滴定曲線である。なお、酸は塩酸、酢酸、塩化アンモニウム、炭酸のいずれかを、塩基は水酸化ナトリウム、アンモニア、酢酸ナトリウム、炭酸ナトリウムのいずれかを使っている。

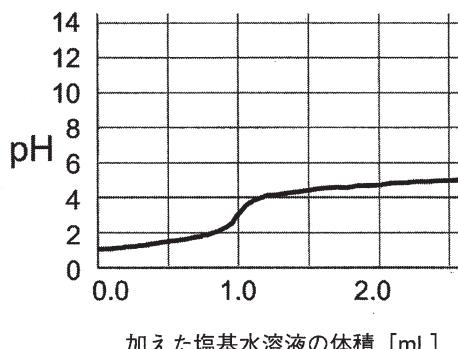
A.



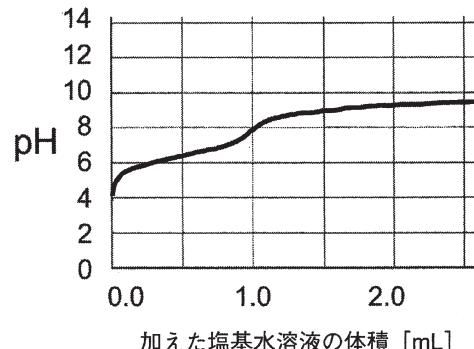
B.



C.



D.

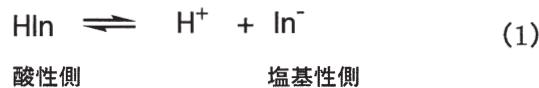


46. 次の記述のうち、正しい組み合わせはどれか。

- ア. 図 A は酢酸を水酸化ナトリウムで滴定した際の滴定曲線である。
- イ. 図 B は塩化アンモニウムを水酸化ナトリウム水溶液で滴定した際の滴定曲線である。
- ウ. 図 C は塩酸を酢酸ナトリウムで滴定した際の滴定曲線である。
- エ. 図 D は炭酸を水酸化ナトリウムで滴定した際の滴定曲線である。

- a. アとイ
- b. イとウ
- c. ウとエ
- d. アとエ

酸塩基滴定に用いる指示薬は、それ自体が酸あるいは塩基であり、式(1)に示すように  $H^+$  の濃度によって酸性側で指示薬は  $HIn$ 、塩基性側では  $In^-$  となり色が変化する。



$[HIn]$  を指示薬の酸性側の色を示す種の濃度、 $[In^-]$  を塩基性側の色を示す種の濃度とすると、 $\frac{[In^-]}{[HIn]} = 10^1$  以上で塩基性の色、 $\frac{[In^-]}{[HIn]} = 10^{-1}$  以下で酸性の色として

視覚的に識別できるようになる。 $\frac{[In^-]}{[HIn]}$  の値がその中間である場合には中間色になり、はっきりとした色の変化を視覚的に識別することができない。従って、指示薬を使って滴定の終点を求める場合、中和点で 1 滴（約 0.05 mL）加えたとき、 $\frac{[In^-]}{[HIn]}$  が  $10^2$  以上（pHにして 2.0 以上）変化しないと終点の判定に誤差を生じる可能性がある。

表 1 は酸塩基指示薬の pH 変色域と酸性及び塩基性側における色を示す。

酸塩基指示薬	略語	酸性側の色	pH 変色域	塩基性側の色
メチルイエロー	MY	赤色	2.9 - 4.0	黄色
プロモクレゾールパープル	BCP	黄色	5.2 - 6.8	紫色
チモールブルー（塩基性側）	TB	黄色	8.0 - 9.6	青色
フェノールフタレン	PP	無色	8.3 - 10.0	桃色

表 1. 酸塩基指示薬の pH 変色領域

47. 次の記述のうち、もっとも妥当な組み合わせはどれか。表1を参考にして答えよ。

ア. 図Aの滴定には BCP

イ. 図Bの滴定には PP

ウ. 図Cの滴定には MY

エ. 図Dの滴定には TB

a. アだけが妥当である。

b. アトイが妥当である。

c. イとウが妥当である。

d. ウとエが妥当である。

河川のpHの値は、様々な要素が合わさった結果として、ひなたと日陰では変化することがある。

温度(°C)	窒素 [mol]	酸素 [mol]	二酸化炭素 [mol]
0	$10.3 \times 10^{-4}$	$21.8 \times 10^{-4}$	$7.7 \times 10^{-3}$
20	$6.8 \times 10^{-4}$	$13.8 \times 10^{-4}$	$3.9 \times 10^{-3}$
40	$5.2 \times 10^{-4}$	$10.3 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-3}$
60	$4.6 \times 10^{-4}$	$8.7 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-3}$
80	$4.3 \times 10^{-4}$	$7.9 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-3}$

表2. 気体の圧力が  $1.013 \times 10^5$  Pa における水 1 L に溶解する気体のモル数

48. 次の記述のうち、もっとも妥当な組み合わせはどれか。表2を参考にして答えよ。

ア. ひなたは日陰より温度が上昇するため pH が下がる。

イ. ひなたは日陰より温度が上昇するため pH が上がる。

ウ. ひなたでは水中植物の光合成が盛んになり pH が下がる。

エ. ひなたでは水中植物の光合成が盛んになり pH が上がる。

<理由>

オ. 水中に溶けている酸素濃度が下るので

カ. 水中に溶けている二酸化炭素濃度が下るので

キ. 水中に溶けている窒素濃度が下がるので

ク. 植物が酸素を放出するので

ケ. 植物が水中に溶けている二酸化炭素を使用するので

- a. イとカ, エとケ
- b. イとオ, エとク
- c. アとキ, ウとク
- d. アとオ, ウとケ

(次のページへ続く)

### III

2つの異性体の中で鏡像が重なり合わない場合、互いに光学異性体であるという。光学異性体は互いに物理的性質と化学的性質が同じで、偏光(特別に振動方向を整えた平面波)に対する性質(旋光性)だけが異なる。光学異性体は偏光面を回転させる旋光度の値( $\alpha$ )が同じで、回転方向が逆になる。このとき、それぞれの分子は「光学活性」であるという(図2)

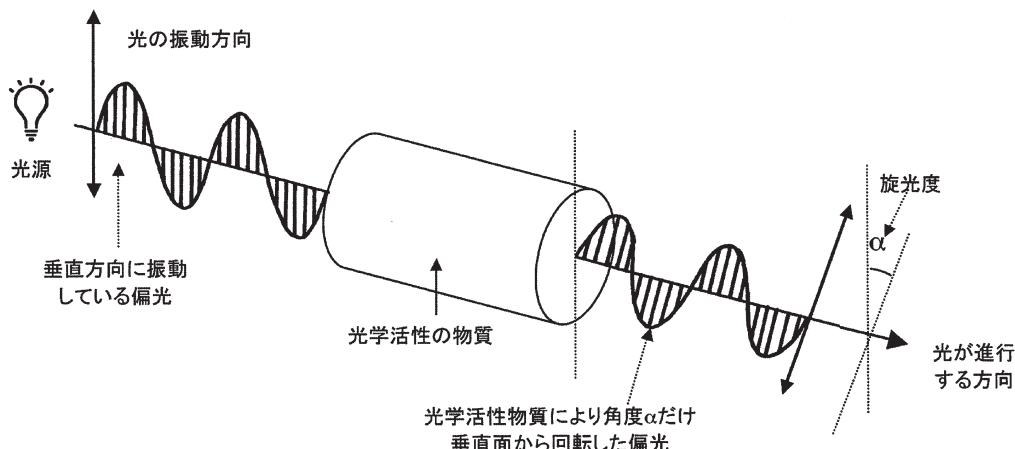


図2. 平面偏光の回転の模式図

この現象は、正四面体構造をもつアラニン分子のように中心炭素に4つの異なる原子團が結合している分子に見られるように、有機化合物では広く知られた現象である。しかし、錯イオンにおいても存在する。図3に様々な錯イオンの構造を示す。

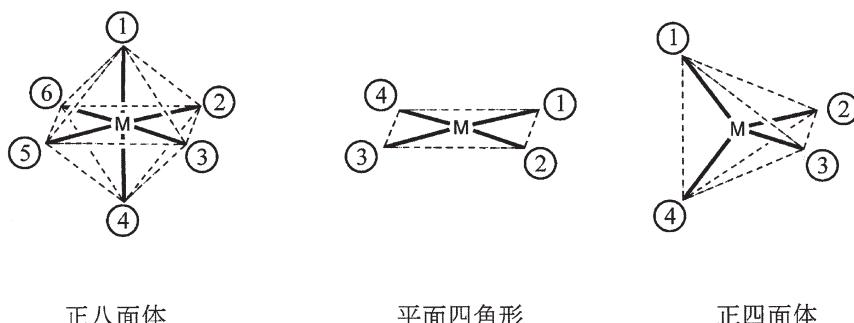
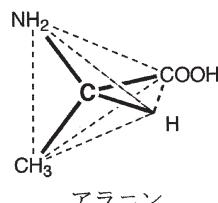


図3. 錯イオンの構造

ただし、① - ⑥は配位子

ここで、アンモニア分子が中心金属に結合している正八面体形のニッケル錯イオン  $[\text{Ni}(\text{NH}_3)_6]^{2+}$  (1) とエチレンジアミン(en)との置換反応について考える。

錯イオン(1)の鏡像体は互いに重なり合うため光学活性ではない。図4の反応式に示すように、錯イオン(1)に対し、隣接する①と②のアンモニア分子を1分子のenで置換すると、錯イオン(2)になる。

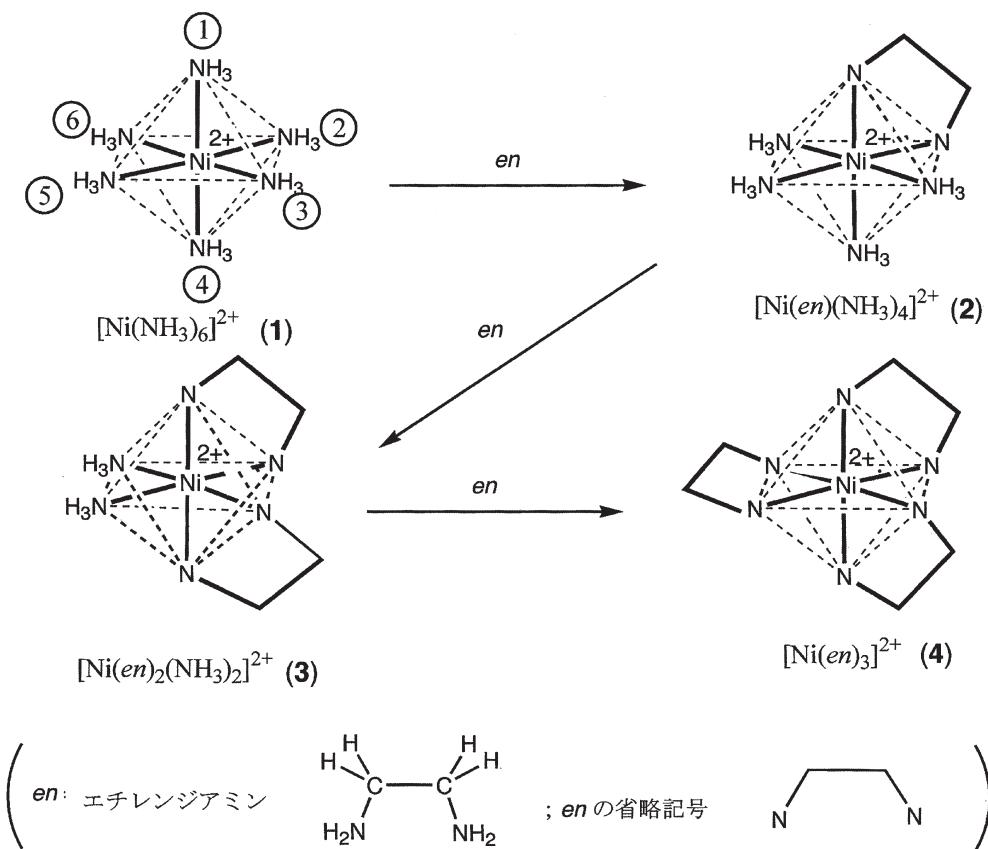


図4. ニッケル錯イオンの置換反応式

さらに、錯イオン(2)の③、④のアンモニア分子をenで置換すると、 $[\text{Ni}(\text{en})_2(\text{NH}_3)_2]^{2+}$  (3)になり、さらに⑤、⑥のアンモニア分子をenで置換すると、錯イオン  $[\text{Ni}(\text{en})_3]^{2+}$  (4)になる。

ただし、  
 は平面構造と仮定する。

49. ニッケル錯イオン(2), (3)および(4)に関する次の記述の中で正しいものはどれか。

- a. 錯イオン(2), (3), (4)のいずれも光学活性である。
- b. 錯イオン(2)だけが光学活性である。
- c. 錯イオン(3)だけが光学活性である。
- d. 錯イオン(3)と(4)だけが光学活性である。

50. 錯イオンの構造(図3)と光学活性についての説明が次に記述されている。

- ア. 4つの原子団A, B, C, Dがすべて異なる平面四角形の錯イオンは光学活性である。
- イ. 3つの原子団A, B, X-X(ただし、XとXは結合している)からなる正四面体形の錯イオンは光学活性である。
- ウ. 2種の原子団A, A, B, Bからなる正四面体形の錯イオンは光学活性である。
- エ. 2種の原子団Y-Z, Y-Z(但し、YとZは結合している)からなる正四面体形の錯イオンは光学活性である。

次の中で、正しい組合せはどれか。

- a. すべてが正しくない。
- b. アとイだけが正しい。
- c. ウとエだけが正しい。
- d. エだけが正しい。

51. 削除

## IV

原子あるいはイオンが規則正しく配列している結晶に照射された電子線やX線は、結晶の中の原子あるいはイオンの存在により直進できず影の部分にまわりこむ。このような現象を回折とよぶ。回折現象をうまく解析すると、結晶やその表面の構造を明らかにすることができる。

金属結晶は、図5に示すように体心立方格子、面心立方格子、六方最密構造のいずれかの単位格子で構成されていることが知られている。金属結晶を構成する単位格子の長さと金属の原子量がわかれば、金属の密度を算出することができる。

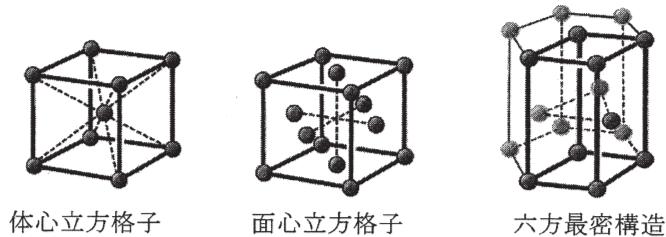


図5. 金属結晶の単位格子の構造

52. ある金属の結晶構造を解析したところ、図6のような六方最密構造をとり、単位格子の長さは、 $a = b = 2.95 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ,  $c = 4.68 \times 10^{-8} \text{ cm}$ , 密度は  $4.5 \text{ g/cm}^3$  であることがわかった。この金属は、次のうちのどれか。  
ただし、原子量は、Ti = 47.8, Fe = 55.8, Mo = 95.9, Au = 196.9 である。

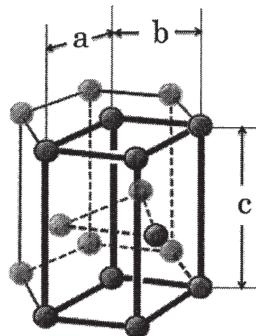


図6. ある金属の単位格子

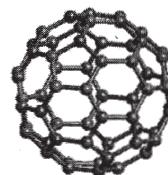
- a. チタニウム
- b. 鉄
- c. モリブデン
- d. 金

53. 自動車排気ガスの浄化触媒に欠かせない貴金属の一つであるロジウム（Rh, 原子量 102.9）結晶は、面心立方構造の単位格子をとっており、密度は  $12.4 \text{ g/cm}^3$  であることが知られている。

一方、分子結晶を形成するフラーレン（ $\text{C}_{60}$ ）において、個々のフラーレン分子を面心立方格子を構成する原子とみなすと、フラーレンは金属結晶と同様に面心立方構造をとり、その体積はロジウムの約 50 倍であることがわかった。

フラーレン結晶の密度は、次の値のどれに最も近いか。

- a.  $0.25 \text{ g/cm}^3$
- b.  $0.44 \text{ g/cm}^3$
- c.  $0.87 \text{ g/cm}^3$
- d.  $1.74 \text{ g/cm}^3$



フラーレン（ $\text{C}_{60}$ ）

## 生 物

問題(61-74)には、それぞれ a, b, c, d の4つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, d の中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, d のいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例 

### I

生物の情報伝達に関する以下の文章を読み、問い合わせよ。

多細胞生物は、体の組織が協調して働くように制御しているが、動物では、体内の遠く離れた組織を制御するのに2通りのシステムを使っている。一つは神経系で、これは神經細胞を介して電気信号として情報を伝達する。もう一つは内分泌系で、化学物質であるホルモンを介して情報を化学信号として伝達する。ホルモンは、内分泌器官から放出され、標的細胞で受容体と呼ばれる分子と結合して細胞に情報を伝達する。歴史的に見てみると、1902年にベーリスとスターリングが、小腸抽出物中からすい液を分泌させる物質としてセクレチンを見いだし、ホルモンという概念を提唱した。その後の研究でポーランドのカペッチが、昆虫の一種、マイマイガの脳で幼虫からサナギへの変態を引き起こす信号となるホルモンが分泌されることを見いだした。これは、昆虫のホルモンが発見された最初の研究であると共に、神經細胞からホルモンが分泌されることを示す初めての実験結果となつた。すなわち、神經細胞は電気信号と化学信号の両方の情報伝達に関わっていることが明らかになつたのである。そして、内分泌系の基本的な働きが、脊椎動物でも無脊椎動物でも共通であることが分かつた。

61. 神経伝達に関する以下の記述のうち、空欄（1）、（2）、（3）に入る適切な語の組み合わせはどれか。

神経細胞の細胞膜は、刺激に応じて電気的な信号を伝える機能を持っている。細胞の内外の電位差を\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_とよぶが、まず、刺激が入る前の神経細胞は、細胞膜の外側に対して -50 mV 程度の\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_を示し、これは\_\_\_\_\_（2）\_\_\_\_\_と呼ばれる。神経細胞が外部から刺激を受容すると、瞬間的に\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_が逆転する。この電位の変化を\_\_\_\_\_（3）\_\_\_\_\_と呼ぶ。

- a. (1) 膜電位 (2) 静止電位 (3) 活動電位
- b. (1) 膜電位 (2) 活動電位 (3) 静止電位
- c. (1) 静止電位 (2) 膜電位 (3) 活動電位
- d. (1) 活動電位 (2) 膜電位 (3) 静止電位

62. 神経系に関する以下の記述に関して、空欄（1）、（2）に入る適切な語の組み合わせはどれか。

神経系を構成する神経細胞のうち、まわりが\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_におおわれている神経纖維を、有髄神経纖維という。この有髄神経纖維では、跳躍伝導と呼ばれる形式で活動電流が非常に速く流れる。その結果、例えばキツネが獲物を見つけると、視覚などからの刺激が中枢神経、運動神経を介して\_\_\_\_\_（2）\_\_\_\_\_である筋肉に伝えられ、捕食行動を起こすことができる。

- a. (1) 灰白質 (2) 効果器
- b. (1) 灰白質 (2) 受容器
- c. (1) 髍鞘 (2) 効果器
- d. (1) 髍鞘 (2) 受容器

63. ホルモンが内分泌器官から標的細胞へ運ばれるために、もっとも密接に関係するものはどれか。

- a. 中枢神経系
- b. 循環系
- c. 呼吸系
- d. 消化系

64. 以下の神経からのホルモン分泌に関する記述のうち、正しいものはどれか。

- a. すい臓のランゲルハンス島は、血糖値を調節するインスリンを分泌する。
- b. アセチルコリンを含む副交感神経は、心臓の拍動の抑制などの作用を示す。
- c. 脳下垂体前葉から放出されるチロキシンは、甲状腺からのホルモン分泌を促進する。
- d. 脳下垂体後葉から放出されるバソプレシンは、腎臓での水分の再吸収などに関わる。

昆虫のホルモンに関するカペッチの実験について詳しく見てみよう。実験材料に用いたマイマイガは、サナギになる直前の時期である「終令幼虫」になってから、通常、13～20日後にサナギとなる。そこでカペッチは、終令幼虫の7日目、および10日の幼虫を用いて、以下の3つの実験を行った。

ただし、昆虫はヒトと異なり、それぞれの体の節から酸素を取り入れができる。また、神経系は、ヒトの脊髄のように太い中枢神経が体に沿って尾端まで伸びているが、体節ごとに神経節と呼ばれる小さな脳ともいえる神経のかたまりがあり、各体節の生命維持の基本的な働きを制御している。したがって、体節ごとの独立性が高いため、脳を摘出したり血液の循環をさまたげたりしても、長期間生き続けることが出来る。また、以下で用いる「ホルモン」という言葉は、「変態を開始する信号となるホルモン」を意味することとする。

### 実験 1

終令幼虫7日目のマイマイガの幼虫を体の真ん中でしばり、神経はつながったままだが、血液が体の前後を行き来できないようにした。

その結果、下図のように何も処理をしなかった（A）では数日後に幼虫はサナギになった。一方、（B）のようにしばる処理をしたところ、正常な脱皮はできなかつたが、前半部は数日後にサナギの形態になり、後半部は幼虫のままだつた。

(A)



(B)



カペッチは次に、変態における脳の関与の有無を調べるために、幼虫の脳、あるいは脳以外の神経節を摘出する次の2つの実験2、3を行つた。

## 実験2

終令7日目の幼虫を用いて、以下の4種類の処理を行つた。

- (ア) 7日目に脳を摘出した。
- (イ) 7日目に脳以外の神経節の一つを摘出した。
- (ウ) 7日目に脳摘出の場合と同様に頭部を切開したが、脳は摘出しなかつた。
- (エ) 脳の摘出も切開もしなかつた。

それぞれの処理をした幼虫をその後観察したところ、サナギへの変態に関して下記のような結果が得られた。

- (アの結果) 25個体中 4個体が、処理後14日以内にサナギになった。
- (イの結果) 13個体中12個体が、処理後14日以内にサナギになった。
- (ウの結果) 16個体中13個体が、処理後14日以内にサナギになった。
- (エの結果) 18個体中18個体が、処理後14日以内にサナギになった。

### 実験 3

終令 10 日目の幼虫を用いて、以下の 4 種類の処理を行った。

- (オ) 10 日目に脳を摘出した。
- (カ) 10 日目に脳以外の神経節の一つを摘出した。
- (キ) 10 日目に脳摘出の場合と同様に頭部を切開したが、脳は摘出しなかった。
- (ク) 脳の摘出も切開もしなかった。

それぞれの処理をした幼虫をその後観察したところ、サナギへの変態に関して下記のような結果が得られた。

- (オの結果) 15 個体中 12 個体が、処理後 10 日以内にサナギになった。
- (カの結果) 8 個体中 7 個体が、処理後 10 日以内にサナギになった。
- (キの結果) 10 個体中 9 個体が、処理後 10 日以内にサナギになった。
- (クの結果) 10 個体中 10 個体が、処理後 10 日以内にサナギになった。

65. 次の文は、サナギになるための信号についての記述である。実験 1 のみからわかることはどれか。

- a. 体の前半部にある内分泌腺から分泌されるホルモンによって、血液を介して伝えられる。
- b. 体の前半部にある内分泌腺から分泌されるホルモンと、神経系を経由した電気信号の両方で伝えられる。
- c. 体の前半部にある脳から神経系を経由した電気信号として伝えられる。
- d. 体の前半部にある脳から化学物質として伝えられる。

66. 次の文のうち、実験 1，2 および 3 からわかることのもっとも適切な組み合わせはどれか。

- A. 体の前半部にある内分泌腺から出るホルモンは、通常、終令幼虫の 7 日目から 10 日目の間に分泌される。
  - B. 他の神経節と異なり、脳は変態開始の信号となるホルモンを分泌する能力がある。
  - C. 頭部を切開する操作は、脳からのホルモン放出を妨げない。
- a. A と C
  - b. B と C
  - c. A と B
  - d. A と B と C

67. 脳から分泌されるホルモンが、サナギへの変態の引き金となることを示すための実験として、もっとも適切なものはどれか。

- a. サナギになってから 2 日以内に脳を摘出し、成虫への変態がさらに進むかどうかを観察する。
- b. 終令幼虫 7 日目に脳に微小な電極を刺し、電気的な刺激を与えてサナギになるかどうかを観察する。
- c. 終令幼虫 7 日目に脳を摘出してすりつぶし、それを脳を摘出された元の幼虫に注射し、サナギになるかどうかを観察する。
- d. 終令の一つ前の時期の幼虫の脳を摘出し、次の脱皮で正常に終令幼虫になるか、あるいは、終令幼虫期をとばしてサナギに変態してしまうかを観察する。

#### 参考文献

Kopec, S., *Biological Bulletin of the Marine Biological Laboratory*, **42**, 323 (1922)

## II

遺伝に関する以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

生物は種によって様々な形質を持っている。また、同種であっても個体間で多様な異なる形質がみられる場合がある。形質が親から子に伝えられる現象を遺伝という。遺伝の法則は19世紀にオーストリアの修道士、グレゴール・メンデルがエンドウを用いた実験で明らかにした。メンデルが発見した遺伝の法則は、その後の研究でヒトを含む動物にもあてはまることが分かった。遺伝子の物質的実体が明らかになっている今日においても、遺伝病研究の基盤となる重要な理論である。

遺伝病の研究では、ヒトを用いた交配実験は許されないため、研究対象となるいる遺伝病と同様の症状を呈する実験動物がしばしば用いられる。実験動物を用いた交配実験によって、遺伝病の原因となる遺伝子を明らかにするという考え方である。

ここでは、ラットのある遺伝病と眼の色の形質に注目して遺伝の様式を調べた。遺伝病は対立形質としてとらえられる。ラットAは正常（遺伝病を発症しない）で眼の色が赤い。一方、ラットBは遺伝病を発症し、眼の色が黒い。ラットAの雌とラットBの雄を交配し雑種第一世代 ( $F_1$ ) を調べたところ、すべての個体は正常で黒い眼であった。

68. 2つの形質について、適切な記述はどれか。

- a. 遺伝病の形質と黒い眼の形質は優性である。
- b. 遺伝病の形質と黒い眼の形質は劣性である。
- c. 遺伝病の形質と赤い眼の形質は優性である。
- d. 遺伝病の形質と赤い眼の形質は劣性である。

さらに、 $F_1$  個体同士を交配して、 $F_2$  世代を作成した。 $F_2$  世代の形質の分離比から、遺伝病の原因遺伝子と眼の色の遺伝子は連鎖しており、組換え価は10%であることがわかった。

69. 連鎖についての記述として正しいものの組み合わせはどれか.
- ア. 連鎖する遺伝子は独立の法則に従わない.  
イ. 連鎖する遺伝子は常染色体に乗っている.  
ウ. 連鎖する遺伝子同士は組換えが起らなければ分離しない.  
エ. 連鎖する遺伝子同士は互いの形質に影響を及ぼす.  
オ. 不完全連鎖は減数分裂中に起こる乗換えによる.
- a. アとウとオ  
b. アとイとエ  
c. イとウとオ  
d. ウとエとオ
70.  $F_2$ 世代の形質の分離比として、正しいものはどれか.
- (正常・黒眼) : (正常・赤眼) : (遺伝病・黒眼) : (遺伝病・赤眼)
- a. 10 : 90 : 90 : 10  
b. 9 : 3 : 3 : 1  
c. 81 : 9 : 9 : 1  
d. 201 : 99 : 99 : 1
- 組換え価と染色体について考えてみよう。1つの染色体上の2つの遺伝子の位置が互いに離れているほど、組換え価が\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_なる。一つの染色体は一本のDNA2重らせんにより構成されている。DNAは4種類の構成要素(A, T, C, Gという符号で表される)からできていて、それらが多数つながった鎖状になっている。染色体上の距離が離れているとは、2つの遺伝子間の構成要素の数が多いことに他ならない。これを物理的距離とよぶ。これに対して、組換え価を指標に用了距離を、遺伝学的距離とよぶ。物理的距離と遺伝学的距離(組換え価)はおおむね比例することから、既知の遺伝子を目印にして、未知の遺伝子の染色体上の場所を推定することができる。ところが、実際の染色体では組換えは一様に起こらず、

1つの染色体の中で組換えが起こりやすい領域と、逆に起こりにくい領域があることが知られている。

いま、ラットの眼の色の遺伝子とこの遺伝病の原因遺伝子の染色体上の位置関係（物理的距離）を調べたところ、遺伝学的距離から予想される物理的距離よりも実際の物理的距離は長いことが判明した。このことから、2つの遺伝子間の組換えは平均と比べて、\_\_\_\_\_（2）\_\_\_\_\_ことが分かる。

71. 文中の空欄の（1）、（2）にあてはまる適切な語句の組み合わせはどれか。

- a. (1) 低く (2) 起こりやすい
- b. (1) 高く (2) 起こりやすい
- c. (1) 低く (2) 起こりにくい
- d. (1) 高く (2) 起こりにくい

ラットAとラットBは互いに尻尾の長さも異なり、この形質も遺伝する。ラットAの尻尾は短く、ラットBの尻尾は長い。雑種第一世代 ( $F_1$ ) の尻尾は長かった。この雑種第一世代に、ラットAを交配したところ下表に示す結果を得た。

個体の形質	個体数
黒眼・長い尻尾	496
赤眼・長い尻尾	14
黒眼・短い尻尾	20
赤眼・短い尻尾	477

72. この結果から、染色体上の順番として可能性がないものはどれか。ただし、遺伝病の遺伝子を  $D$ 、眼の色の遺伝子を  $C$ 、尻尾の長さの遺伝子を  $L$  とする。

- a.  $D - C - L$
- b.  $D - L - C$
- c.  $L - C - D$
- d.  $C - D - L$

次にヒトの遺伝病について考えてみよう。ある優性遺伝するヒト遺伝病があり、この遺伝病対立遺伝子は  $E$  である。この病気は通常 45 才以上で発病する。Cさんの父親と Cさんの父方の祖父がこの病気を発病した。18 才の Cさんが将来この病気を発病する確率は\_\_\_\_\_（1）\_\_\_\_\_である。また、Cさんの子供がこの病気を発病する確率は\_\_\_\_\_（2）\_\_\_\_\_である。Cさんの父親の兄（Cさんの伯父）は発病しなかつた。この伯父の子供が発病する確率は\_\_\_\_\_（3）\_\_\_\_\_である。

以下の 3 点を仮定して、問い合わせに答えよ。

- ① この遺伝病の遺伝子は常染色体上にある。
- ② この遺伝病の遺伝子のホモ接合体は致死になる。
- ③ Cさんの家系で祖父が保有する遺伝子  $E$  だけを考慮する（すなわち、Cさんの父方の祖母、母、伯父の配偶者、Cさんの配偶者はこの病気を発病しないものとする）。

73. 文中の空欄の（1）、（2）にあてはまる確率の適切な組み合わせはどれか。

- a. (1) 25 % (2) 12.5 %
- b. (1) 50 % (2) 25 %
- c. (1) 75 % (2) 25 %
- d. (1) 100 % (2) 50 %

74. 文中の空欄の（3）にあてはまる確率はどれか。

- a. 0 %
- b. 25 %
- c. 50 %
- d. 100 %

#### 参考文献

- Strachan, T. and Read, A.P., *Human Molecular Genetics 3<sup>rd</sup> ed.*, Garland Pub. (2003)  
Hartl, D.L. and Jones, E.W., *Essential Genetics 3<sup>rd</sup> ed.*, Jones & Bartlett Pub. (2002)