

受験番号					
------	--	--	--	--	--

# 自然科学

## 問題冊子

### 指 示

---

**合図があるまでは絶対に中を開けないこと**

---

1. この試験は、高校で学習したことと、与えられている資料を読んで、あなたがその内容をどの程度理解し、分析し、また総合的に判断することができたかを調べるためのものです。
2. この冊子には、数学、物理、化学、生物の4分野の問題が含まれています。その中から2分野だけを選んで解答してください。3分野以上選んで解答すると無効となります。
3. 配点は各分野とも40点満点で、2分野の合計で80点満点です。
4. いずれの分野も資料と問題から成っています(数学：問題1-14、物理：問題21-33、化学：問題41-53、生物：問題61-77)。分野によっては、資料と問題が混在している場合があります。
5. 解答のための時間は、「解答はじめ」の合図があつてから正味70分です。
6. 解答のしかたは、問題の前に指示してあります。答えが指示どおりでないと、たとえそれが正解でも無効になりますから、解答のしかたをよく理解してから始めてください。
7. 選んだ分野と答えは、すべて解答カードの定められたところに指示どおり鉛筆を用いて書き入れてください。一度書いた答えを訂正するには、消しゴムできれいに消してから、あらためて正しい答えを書いてください。
8. もし何か書く必要のあるときには、必ずこの冊子の余白を用い、解答カードには絶対に書きいれいでください。この冊子以外の紙の使用は許されません。
9. 「解答やめ」の合図があつたらただちにやめて、この冊子と解答カードとを監督者が集め終わるまで待ってください。集める前に退室したり用紙をもちだすことは、絶対に許されません。
10. 指示について質問があるときは、監督者に聞いてください。ただし資料と問題の内容に関する質問はいっさい受けません。

---

**「受験番号」を解答カードの定められたところに忘れずに書きいれること**

---

# 数 学

問題(1 - 14)には、それぞれ a, b, c, d の 4 つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, d の中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, d のいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例     

I

関数  $f(x), g(x)$  に対して、 $f(x)$  と  $g(x)$  の合成積  $(f * g)(x)$  を

$$(f * g)(x) = \int_0^x f(x-t)g(t) dt$$

で定義する。例えば、 $f(x) = x, g(x) = 1$  (定数関数) とするとき、

$$(f * g)(x) = \int_0^x (x-t) \cdot 1 dt = \left[ xt - \frac{1}{2}t^2 \right]_0^x = \frac{1}{2}x^2$$

となる。これを  $x * 1 = \frac{1}{2}x^2$  とも書く。

1. 0 以上の整数  $m$  に対して、 $f(x) = x, g(x) = x^m$  とするとき、 $(f * g)(x)$  は次のどれか。

- a.  $\frac{1}{2(m+1)}x^{m+2}$
- b.  $\frac{1}{2}x^{m+2}$
- c.  $\frac{1}{m+2}x^{m+2}$
- d.  $\frac{1}{(m+1)(m+2)}x^{m+2}$

以下、 $n$  を正の整数とする。

2.  $f(x) = x^2, g(x) = x^n$  とするとき、 $(f * g)(x)$  は次のどれか。

- a.  $\frac{1}{2n(n+1)(n+2)}x^{n+3}$
- b.  $\frac{1}{(n+2)(n+3)}x^{n+3}$
- c.  $\frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}x^{n+3}$
- d.  $\frac{2}{(n+1)(n+2)(n+3)}x^{n+3}$

問1と問2で $m, n$ をそれぞれ2, 1とすると、 $x * x^2, x^2 * x$ が求まるが、 $x * x^2 = x^2 * x$ である。一般に、関数 $f(x), g(x)$ に対して、 $(f * g)(x) = (g * f)(x)$ が成立することが知られている。また、 $f$ と $g$ の和・差 $f \pm g$ を $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ と定める。

3. 一般に、関数 $f(x), g(x), h(x), k(x)$ に対して、成立しない式は次のどれか。

- a.  $(f * (g + h))(x) = (f * g)(x) + (f * h)(x)$
- b.  $((f + g) * h)(x) = (f * h)(x) + (g * h)(x)$
- c.  $((f + g) * (h + k))(x) = (f * h)(x) + (f * k)(x) + (g * h)(x) + (g * k)(x)$
- d.  $(f * f)(x) = (f(x))^2$

それでは、恒等的に0でない関数 $f(x), g(x)$ に対して、

$$(f * p)(x) = g(x)$$

となる関数 $p(x)$ があるときに、 $(f * p)(x) = g(x)$ を満たす $p(x)$ は1つに定まるであろうか。もしも、関数 $\tilde{p}(x)$ も $(f * \tilde{p})(x) = g(x)$ を満たすとすると、

$$(f * (p - \tilde{p}))(x) = 0$$

となる。従って、一般に、関数 $f(x), g(x)$ に対して、 $(f * g)(x) = 0$ ならば $f(x) = 0$ または $g(x) = 0$ が成立すれば、 $p(x) = \tilde{p}(x)$ となり、 $(f * p)(x) = g(x)$ を満たす $p(x)$ は1つに定まる。実は、関数 $f(x), g(x)$ に対して、 $(f * g)(x) = 0$ ならば $f(x) = 0$ または $g(x) = 0$ が成立することは1924年にTitchmarsh(ティッチマーシュ)により証明されている。

例えば、最初の例 $x * 1 = \frac{1}{2}x^2$ から、 $(x * f)(x) = x^2$ となる $f(x)$ は $f(x) = 2$ である。

4.  $f * x = x^n$ となる $f(x)$ は次のどれか。

- a.  $n^2 x^{n-2}$
- b.  $n(n-1)x^{n-2}$
- c.  $(n-1)^2 x^{n-1}$
- d.  $n(n-1)x^{n-1}$

5.  $(f * g)(x)$  を  $x$  で微分したもの  $\{(f * g)(x)\}'$  は次のどれか.

- a.  $f(0)g(x)$
- b.  $f(0)g(x) + \int_0^x f'(x-t)g(t) dt$
- c.  $\int_0^x f'(x-t)g(t) dt$
- d.  $\int_0^x f'(x-t)g(t) dt + \int_0^x f(x-t)g'(t) dt$

また, 関数  $f(x), g(x), h(x)$  に対して, 結合法則  $((f * g) * h)(x) = (f * (g * h))(x)$  が成り立つことが知られているので,  $((f * g) * h)(x)$  を単に  $(f * g * h)(x)$  と書くことができる.

6. 2 以上の整数  $k$  に対して, 1 自身の  $k$  回の合成積  $\overbrace{1 * 1 * \cdots * 1 * 1}^{k \text{ 個の } 1}$  は次のどれか. ただし,  $k! = k \times (k-1) \times \cdots \times 2 \times 1$  とする.

- a.  $x^k$
- b.  $\frac{x^k}{k!}$
- c.  $x^{k-1}$
- d.  $\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$

7. 2 以上の整数  $k, \ell$  に対して, 成立する式は次のどれか.

- a.  $x^{k-1} * x^{\ell-1} = x^{k+\ell-1}$
- b.  $\frac{x^k}{k!} * \frac{x^\ell}{\ell!} = \frac{x^{k+\ell}}{(k+\ell)!}$
- c.  $\frac{x^{k-1}}{(k-1)!} * \frac{x^{\ell-1}}{(\ell-1)!} = \frac{x^{k+\ell-2}}{(k+\ell-2)!}$
- d.  $\frac{x^{k-1}}{(k-1)!} * \frac{x^{\ell-1}}{(\ell-1)!} = \frac{x^{k+\ell-1}}{(k+\ell-1)!}$

合成積の定義から

$$(1 * f)(x) = \int_0^x f(t) dt$$

なので,  $1$  と  $f$  の合成積は,  $f$  の原始関数の 1 つを求める ( $f$  を積分する) ことである. 問 6 によると,  $f$  を  $k$  回積分することは, そこで求めた関数と  $f$  の (1 回の) 合成積で表わすことができる. 実は,  $1*$  の “逆元” を考えることができて, 形式的な計算で微分方程式を解くことができる. この手法は演算子法と呼ばれている.

(次のページへ続く)

## II

**商と余り：** 一般に, 整式  $A(x)$  を 0 でない整式  $B(x)$  で割ったときの商を  $Q(x)$ , 余りを  $R(x)$  とすると, 次の式が成り立つ.

$$A(x) = B(x)Q(x) + R(x) \quad \text{ただし, } R(x) \text{ は } B(x) \text{ より次数の低い整式.}$$

さて, 次数が 1 以下の整式は一般に  $ax + b$  と表される. ここで  $a$  と  $b$  は実数である.  $a \neq 0$  の時は 1 次式で,  $a = 0$  の時は定数となる.  $ax + b$  を  $(a, b)$  と表してみよう. 例えば,  $(1, 2)$  は  $x + 2$  を表し,  $(-2, 3)$  は  $-2x + 3$  を表す.  $(x + 2) + (-2x + 3) = -x + 5$  だから, 和を  $(1, 2) + (-2, 3) = (-1, 5)$  と表すことにする.

さて, 実数  $a, b, c, d$  に対して,  $(a, b)$  と  $(c, d)$  の積を考えることはできるだろうか.  $(a, b)$  と  $(c, d)$  が  $ax + b, cx + d$  を表していると考えれば, 整式としての積

$$A(x) = (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

を考えることはできる. しかし, これは次数が 1 以下の整式になるとは限らないから,  $(a, b)$  と  $(c, d)$  の積を  $(e, f)$  という形に書くことはできない. そこで少し工夫して, 2 次式  $B(x)$  を 1 つ決めておいて,  $A(x)$  を  $B(x)$  で割った余りを考えることにする. 最初に述べた商と余りの関係から, 上の  $A(x)$  を  $B(x)$  で割った余り  $R(x)$  は,  $B(x)$  の次数 2 よりも低くなり, 次数が 1 以下の整式となる. すなわち,

$$A(x) = (ax + b)(cx + d) = B(x)Q(x) + R(x) \quad \text{ただし, } R(x) \text{ は 次数が 1 以下の整式.}$$

そこで,  $R(x) = ex + f$  としたとき,

$$(a, b) \star (c, d) = (e, f)$$

と定める. 特別な積を定義したので  $\star$  を用いた. また,  $(0, d)$  は定数  $d$  を表すから  $(ax + b)d = adx + bd$  となり, これはすでに 1 次以下の整式だから

$$(a, b) \star (0, d) = (ad, bd) = (0, d) \star (a, b)$$

である. これを  $d(a, b) = (ad, bd)$  とも書くことにしよう.

以下,  $B(x) = x^2 - x - 2$  の場合に詳しく見ていく. まず,  $(1, 2) \star (-2, 3)$  を計算してみよう.  $(1, 2)$  は  $x + 2$ ,  $(-2, 3)$  は  $-2x + 3$  を表すのだから

$$(x + 2)(-2x + 3) = -2x^2 - x + 6 = (x^2 - x - 2)(-2) + (-3x + 2)$$

すなわち  $Q(x) = -2$ ,  $R(x) = -3x + 2$  となり

$$(1, 2) \star (-2, 3) = (-3, 2)$$

と書くことができる.

8.  $(3, 2) \star (-2, 1)$  は次のどれか.

- a.  $(-6, 2)$
- b.  $(-7, -10)$
- c.  $(-1, 2)$
- d.  $(-3, -8)$

さて,  $ax + b$  および  $cx + d$  が 0 でない整式ならば,  $(ax + b)(cx + d)$  も 0 でないが,  $(a, b) \star (c, d)$  の場合はどうだろうか.

9.  $(a, b) \star (c, d) = (0, 0)$  (ただし  $(a, b) \neq (0, 0), (c, d) \neq (0, 0)$ ) となるときの記述として正しいのは次のどれか.

- a.  $a = c = 0$
- b.  $ad - bc - ac = bd + ac = 0$
- c.  $a = c = 1$ かつ  $bd = 0$
- d.  $2a + b = -c + d = 0$  または  $-a + b = 2c + d = 0$

次に,  $(a, b) \star (a, b) = (0, 2)$  となる場合を考えてみる.  $a = 0$  のときは  $(0, b) \star (0, b) = (0, b^2)$  だから  $b = \sqrt{2}$  または  $-\sqrt{2}$  である.

10.  $a \neq 0$  としたとき,  $(a, b) \star (a, b) = (0, 2)$  を満たす  $(a, b)$  は次のどれか.

- a.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}\right)$  または  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$
- b.  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  または  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- c.  $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$  または  $\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$
- d.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$  または  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

もう少し一般的に考えてみよう。 $(ax+b)^2 = ax+b$ となるのは、両辺の次数を考えれば、 $a=0$ で $b=1$ または $b=0$ のときのみであることは簡単にわかるが、 $(a,b) \star (a,b) = (a,b)$ となるのはどのような場合だろうか。 $a=0$ ならば $(0,b) \star (0,b) = (0,b^2)$ だから $b=1$ または $b=0$ となる。そこで $a \neq 0$ とすると

$$(ax+b)(ax+b) = a^2(x^2 - x - 2) + (ax + b)$$

だから、

$$(ax+b)(ax+b-1) = a^2(x^2 - x - 2) = a^2(x-2)(x+1)$$

となる。これを解くと、 $(a,b)$ として

$$E = \frac{1}{3}(-1, 2) = \left( -\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right), \text{ または } F = \frac{1}{3}(1, 1) = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

の2つの場合があり、 $E \star E = E$ ,  $F \star F = F$ が成り立つことが確かめられる。さらに

$$E + F = (0, 1), -E + 2F = (1, 0), E \star F = F \star E = (0, 0) \quad (1)$$

であることもわかる。 $E$ と $F$ を用いると、一般に $s, t, u, v$ を実数としたとき、

$$(sE + tF) \star (uE + vF) = su(E \star E) + sv(E \star F) + tu(F \star E) + tv(F \star F) = suE + tvF \quad (2)$$

となる。特に

$$(sE + tF) \star (sE + tF) = s^2E + t^2F$$

となる。

式(1)より $(0, 2) = 2E + 2F$ であることがわかるので、問10の場合 $(a, b) \star (a, b) = (0, 2)$ となる $(a, b)$ を $sE + tF$ と表しておけば、

$$(sE + tF) \star (sE + tF) = s^2E + t^2F = 2E + 2F$$

だから、 $s = \pm\sqrt{2}$ ,  $t = \pm\sqrt{2}$ となる。従って、 $(a, b)$ は $(0, \pm\sqrt{2})$ と問10の答えと合わせて計4通りあることがわかる。 $(a, b) = sE + tF$ だから、 $s, t$ の値と $E, F$ を代入すれば $(a, b)$ を求めることができる。

ここで使ったアイディアを使うために、上で $(0, 2) = 2E + 2F$ と表したように、一般に、 $y, z$ を実数としたとき、 $(y, z) = uE + vF$ と表すことができる。

11.  $u, v$ の満たす関係式は次のどれか。

- a.  $u = 2y - z, v = y - z$
- b.  $u = z, v = y$
- c.  $u = y + z, v = y - z$
- d.  $u = -y + z, v = 2y + z$

上の考察と問11によって  $(y, z) \star (y, z) = (c, d)$  となる  $(y, z)$  を求めるには  $(c, d) = sE + tF$ ,  $(y, z) = uE + vF$  と表して  $u^2E + v^2F = (uE + vF) \star (uE + vF) = sE + tF$  となる  $uE + vF$  を求め、その結果を  $(y, z)$  の形に戻せばよいことがわかった。

12.  $(c, d) \neq (0, 0)$  としたとき、 $(y, z) \star (y, z) = (c, d)$  となる  $(y, z)$  の個数と なりえないものは次のどれか。

- a. 0 個
- b. 1 個
- c. 2 個
- d. 4 個

式(2)はもっと一般に、 $(a, b), (c, d)$  を  $(a, b) = sE + tF$ ,  $(c, d) = uE + vF$  と表すと、

$$(a, b) \star (c, d) = (sE + tF) \star (uE + vF) = suE + tvF$$

となることを示している。

13.  $(a, b) \star (c, d)$  と等しいのは次のどれか。

- a.  $\left( -\frac{1}{3}(su + tv), \frac{2}{3}(su - tv) \right)$
- b.  $\left( -\frac{1}{3}(su - tv), \frac{1}{3}(su + 2tv) \right)$
- c.  $\left( \frac{1}{3}(-su + tv), \frac{1}{3}(2su + tv) \right)$
- d.  $\left( \frac{1}{3}(su - tv), \frac{1}{3}(2su + tv) \right)$

問13の結果を  $a, b, c, d$  で表すと、 $B(x) = x^2 - x - 2$  のときの一般的な公式を得る<sup>1</sup>。

14.  $(a, b) \star (c, d)$  は以下のどれか。

- a.  $(ac - bc - ad, 2ac - bd)$
- b.  $(ac + bc + ad, 2ac + bd)$
- c.  $(2ac - bc + ad, ac + bd)$
- d.  $(2ac + bc - ad, ac - bd)$

---

<sup>1</sup> $(1, 0) \star (1, 0) = (1, 2)$  であることを使えば、直接的に求めることもできる。

## 物 理

問題(21 – 33)には、それぞれ a, b, c, d の 4 つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, d の中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, d のいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例 

I

高校の物理の教科書にもよく登場する「オームの法則」を再考し、閉回路のみでなく、開回路にも適用することを試みる。まず、オームの法則の定義を以下に示す。

### オームの法則 [Ohm's law]

線状導体の 2 点間を流れる定常電流  $I$  は 2 点間の電圧 (電位差)  $V$  に比例するという法則。 $I = V/R$ ,  $V = IR$  と表わされる。比例定数  $R$  を電気抵抗または単に抵抗という。単位はオーム ( $\Omega$ ) である。金属の電気伝導などで成立する。1827 年オームが発見した。一様な太さの導線では、 $R$  は長さ  $\ell$  に比例し、断面積  $S$  に反比例して  $R = \ell/(\sigma S)$  と書ける。 $\sigma$  は物質定数で、電気伝導率という。(理化学辞典より抜粋)

ここでは、最初に直流電源  $E$  [V] と抵抗  $R$  [ $\Omega$ ] からなる回路を考える。図 1 に、回路図と回路図に沿つたいくつかの点における電圧(電位)のグラフをセットで示す。このグラフでは、直流電源のプラス側と抵抗の間 (a-b) では  $E$  [V] となり、抵抗の内部 (b-c) で電圧が下がり、抵抗の右側と直流電源のマイナス側の間 (c-d) では 0 [V] となることを表している。

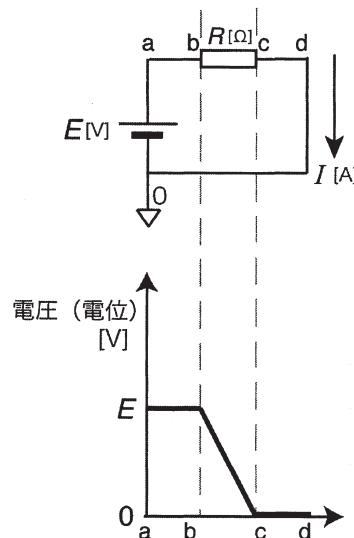


図 1

次に、直流電源  $E$  [V]、抵抗 2 個  $R_A$ ,  $R_B$  [ $\Omega$ ] からなる回路を考える。回路右側に示したスイッチ (SW) を ON にした場合 (閉回路) の回路図、および図 1 に示したグラフと同様に、回路内のいくつかの点における電圧 (電位) を折れ線グラフにしたものを作成して図 2 に示す。

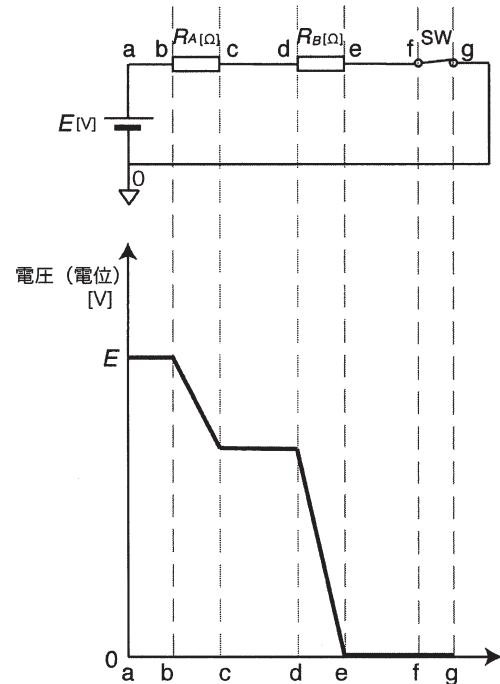


図 2

21. 図 2 のグラフで抵抗  $R_A$  に該当する直線部分 (b-c 間) の傾きについて正しい記述は、以下のうちどれか。

- a. 抵抗  $R_A$  の大きさのみにより決定される。
- b. 抵抗  $R_B$  の大きさのみにより決定される。
- c. 抵抗  $R_A$  と抵抗  $R_B$  の相加平均により決定される。
- d. 抵抗  $R_A$  と抵抗  $R_B$  の相対的な大きさにより決定される。

さらに、図 3 に示すように回路右側に示したスイッチ (SW) を OFF にした場合 (開回路) を考える。

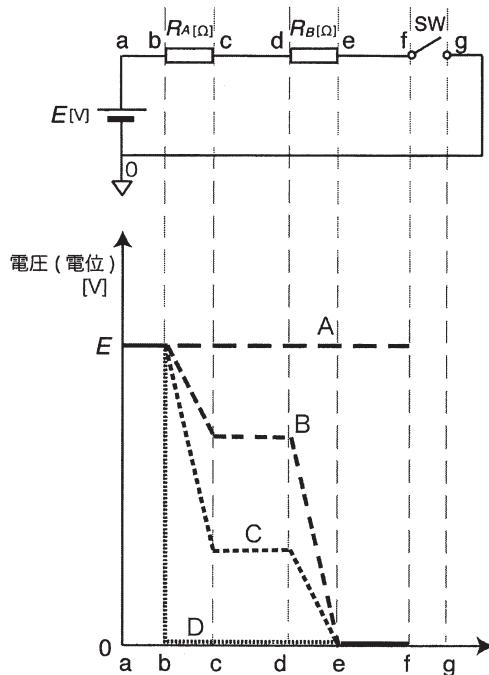


図 3

22. この場合の、回路内のいくつかの点に関する電位(電圧)を表わしたグラフとして、図 3 に示した 4 本の破線のうち最も適当なものはどれか。ただし  $R_A < R_B$  とする。

- A で示した破線
- B で示した破線
- C で示した破線
- D で示した破線

実際には、開回路の端点（ここでは e-f 間）での電圧（電位）を測定するためには、図 4 に示すように、e-f 間に大きな内部抵抗 ( $R_C [\Omega]$ ) をもつ電圧計の片側を接続し、もう一方を直流電源のマイナス側（あるいは、この回路図ではアース）に接続することになる。

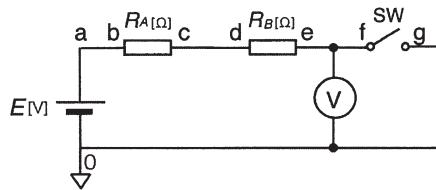


図 4

23. この場合、電圧計に表示される電圧として正しいものは以下のうちどれか。

- a.  $\frac{R_A}{R_A + R_B + R_C} E$
- b.  $\frac{R_B}{R_A + R_B + R_C} E$
- c.  $\frac{R_C}{R_A + R_B + R_C} E$
- d.  $\frac{R_A + R_B}{R_A + R_B + R_C} E$

理想的に無限の大きさの内部抵抗を持つ電圧計を開回路の端点に接続すれば、開回路の端点での電圧（電位）が求められるはずである。問 23 で求められた答えで  $R_C$  を無限大とすることにより、その結果は容易に予測できる。

最後に、電気回路ではよく使われるアース（接地）という概念について考えてみる。理化学辞典によれば、アースの定義は以下のように記されている。

#### アース [earth, earthing]

接地または地絡ともいう。電気装置の一部の静電位を地球の電位と等しく保ち、また電流回路の一部として地球を用い、また過大電流が装置に入るのを避けるなどの目的でこれらを地球に接続させること。接続をよくするためにアース棒、アース板などを用いる。エレクトロニクスでは、基準の電位にある導体、あるいは容量の大きい導体に接続することもアースという。

24. このアースの定義を参考に、図2に示した回路の左端下に示した“アースを取る”ことの意味について、最も適当な記述は、以下のうちどれか。
- 図2に示した回路で、抵抗  $R_B$  にかかる電圧を求めることができる。
  - 図2に示した回路で、直流電源の上下の電位差が  $E$  [V] であることを保証する。
  - 図2に示した回路のどの点でも、電流を測定すれば  $I$  [A] になることを保証する。
  - 図2に示した折れ線グラフのe-f-g間での電圧が0 [V] になることを保証する。

#### 参考文献

『岩波 理化学辞典 第5版 CD-ROM版』、長倉三郎、井口洋夫、江沢洋、岩村秀、佐藤文隆、久保亮五編、1999年、岩波書店

## II

図5のように、傾斜角  $30^\circ$  で高さ  $h_0$  の斜面のついた発射台が水平な床に固定されている。いま、床の上に置いてある質量  $m$  の物体を、速さ  $v_0$  でこの斜面に向かって打ち出した。物体の大きさや形状、空気抵抗、物体と床面や斜面との間の摩擦力は無視できるものとする。重力加速度を  $g_0$  として、以下の間に答えよ。

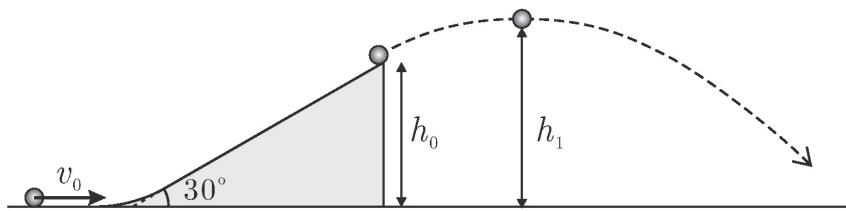


図 5

25. 物体が斜面の頂上に達するには、どのくらいの速さで打ち出さなければならぬか。このときの初速度  $v_0$  の最小値  $v_{\min}$  の値として、正しいものを以下から選べ。

- a.  $\sqrt{2g_0 h_0}$
- b.  $\frac{2}{3}\sqrt{6g_0 h_0}$
- c.  $\sqrt{6g_0 h_0}$
- d.  $2\sqrt{2g_0 h_0}$

26. 次に、物体を初速度  $v_0 = 3v_{\min}$  で打ち出したところ、物体は斜面の頂上から勢いよく飛び出して、図 5 の破線のような軌道を描いて運動した。このとき、物体の達する最高点  $h_1$  の値として、正しいものを以下から選べ。

- a.  $2h_0$
- b.  $\frac{9}{4}h_0$
- c.  $3h_0$
- d.  $9h_0$

問 25, 26 のように、物体になされる仕事が重力だけによる場合、物体の力学的エネルギーは保存される。この場合の物体の力学的エネルギーとは、重力による位置エネルギーと運動エネルギーの和である。たとえば、ボールが鉛直に投げ上げられると、上昇するにつれて重力による位置エネルギーは増加するが、運動エネルギーはその分減少していき、ついに 0 になったところで、それ以上ボールは上昇しなくなる。

では、物体を地表(地球の表面、すなわち地面)からはるかに高いところへ打ち上げたときはどうであろう。たとえどんなに大きな速度で物体を宇宙へ向けて打ち上げても、やがては地球に戻ってきてしまうのだろうか。ボールの投げ上げのような場合では、重力による位置エネルギーは地表からの高さに比例すると考えて良かった。しかし実際には、このようにみなしてよいのは、高さが地球の半径に比べて十分に小さい場合だけなのである。

それならば、重力による位置エネルギーは、厳密にはどのような式になるのだろう。質量をもつすべての物体の間には互いに引力が働く。これは万有引力と呼ばれている。地表での重力とは、地球と物体との間に働く万有引力のことである。地表付近での運動では、重力加速度の大きさは一定とするが、実際には地表から離れるにつれて小さくなる。また、たとえば月面での重力加速度が地球上よりも小さいように、重力加速度の大きさは、重力源となる天体(この場合は地球や月など)の質量に比例する。つまり、重力源となる質量  $M$  の天体の中心(正確には重心)から距離  $R$  の位置での重力加速度の大きさは、 $M$  と  $R$  の関数になるので、これを  $g(M, R)$  と書くことにしよう。すると  $g(M, R)$  は以下の式で与えられる。

$$g(M, R) = g_0 \frac{R_\oplus^2 M}{M_\oplus R^2} \quad (1)$$

ただし、 $M_\oplus$  は地球の質量、 $R_\oplus$  は地球の半径、 $g_0$  は地表における重力加速度である。以下で必要な場合は、 $M_\oplus = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R_\oplus = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ,  $g_0 = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  を用いるとする。

重力加速度が、実際には式(1)のようになることを考慮すれば、質量  $M$  の天体から距離  $R$  の位置に質量  $m$  の物体があるとき、重力による位置エネルギー  $U_G(M, R)$  は、

$$U_G(M, R) = -mg(M, R) \cdot R = -mg_0 \frac{R_\oplus^2 M}{M_\oplus R} \quad (2)$$

となることが知られている。負の符号がついているが、この式では物体  $m$  が天体  $M$  から有限の距離にあるとき、位置エネルギーは常に負の値になる。そして天体から離れるほど大きい値になり、無限に遠く離れたところで 0 となる。式(2)を使って、物体が地表から高さ  $h$  にあると、地表にあるときに比べてどれだけ位置エネルギーが大きいかを計算してみると、

$$U_G(M_\oplus, R_\oplus + h) - U_G(M_\oplus, R_\oplus) = mg_0 h \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}$$

となる。もし、 $h$  が  $R_\oplus$  に比べて十分に小さければ、この式の分母の  $h$  は無視できるので、右辺は  $mg_0 h$  と近似され、良く知られた地表での重力の位置エネルギーの式と確かに一致する。

厳密な位置エネルギーの式を用いれば、地球から鉛直上方に打ち上げられた物体が、必ず地球に戻ってくるとは限らないことがわかる。打ち上げられた物体の力学的エネルギーが負の値であれば、物体が遠ざかっていくとやがて運動エネルギーが 0 になり、運動の向きは逆転する。しかし、力学的エネルギーが正の値であれば、物体がどんなに遠ざかっても運動エネルギーは 0 にならず、いつまでも遠ざかり続けることになる。

27. 地表から質量  $m$  の探査機を鉛直上方に打ち上げたとする。この探査機が永遠に直進し続けるには、初速度はどれだけ必要か。正しい値を以下から選べ。

- a.  $\sqrt{\frac{m}{M_\oplus} g_0 R_\oplus}$
- b.  $\sqrt{\frac{2m}{M_\oplus} g_0 R_\oplus}$
- c.  $\sqrt{g_0 R_\oplus}$
- d.  $\sqrt{2g_0 R_\oplus}$

1929年、エド温・ハッブルは、遠くにある銀河ほど大きな速さで地球から遠ざかっていて、その速さは地球からの距離にほぼ比例するというハッブルの法則を発見した。この法則は、宇宙は決して永遠不变なのではなく、宇宙全体が今も刻々と膨張していることを意味する。ハッブルの法則を式で表わせば、地球から  $r$  [Mpc(メガパーセク)] の距離に銀河があるとき、この銀河が遠ざかる速度  $v$  [ $\text{km s}^{-1}$ ] は、比例定数を  $H$  [ $\text{km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ] として、

$$v = Hr \quad (3)$$

で与えられる。ここで、「Mpc」は距離の単位で、 $1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$ ,  $1 \text{ pc} \doteq 3.09 \times 10^{13} \text{ km}$  である。あるいは、真空中を光が 1 年間かけて進む距離に相当する 1 光年という単位を用いれば、 $1 \text{ pc} \doteq 3.26$  光年である。式(3)にある比例定数  $H$  は、ハッブル定数と呼ばれている。ハッブル定数  $H$  の値は、測定方法によってある程度誤差があるが、およその値は以下のようになる。

$$H = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 2.2 \times 10^{-5} \text{ km s}^{-1} \text{ 光年}^{-1} = 2.3 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

28. 図 6 の銀河はソンブレロ銀河と呼ばれている。ソンブレロ銀河は、地球から 1024 [km s<sup>-1</sup>] の速度で遠ざかっていることが測定されている [文献 1]。これより、地球からこの銀河までの距離を求めたとき、最も近い値を以下より選べ。
- a.  $4.6 \times 10^3$  光年
  - b.  $4.6 \times 10^5$  光年
  - c.  $4.6 \times 10^7$  光年
  - d.  $4.6 \times 10^{11}$  光年

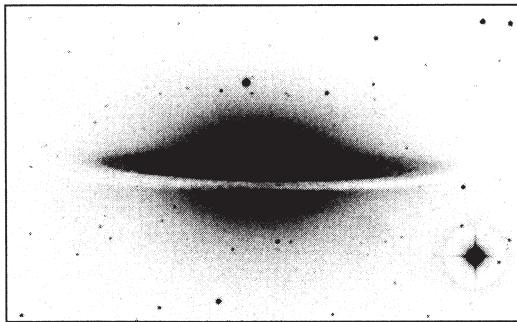


図 6 ソンブレロ銀河 [文献 2]

ハッブルの法則は、宇宙が時間と共に膨張していることを意味する。これを逆に考えれば、過去の宇宙は現在よりも小さかったはずである。時間をさかのぼれば、究極的には宇宙に存在する物質(エネルギー)のすべては一つに凝縮してしまい、それこそが宇宙の始まりであったことになる。このようにすべてが凝縮された状態から宇宙が誕生し、そこから爆発的に宇宙膨張が始まったという理論はビッグバン宇宙論と呼ばれている。ビッグバン宇宙論は 1949 年に最初にジョージ・ガモフによって提唱され、現在では広く受け入れられている。

29. 宇宙が誕生したときには、すべての天体が一つに集まっていた。すると、現在距離  $r$  の位置に観測される銀河も、宇宙が誕生したときに地球と同じ位置を出発して、いまこの距離に達したことになる。つまり、距離  $r$  に到達するまでの経過時間こそが宇宙の年齢に相当する。もしも、銀河が宇宙誕生時から現在の位置に達するまで等速度で運動していたと仮定すれば、おおまかに宇宙年齢を見積もることができる。このようにして求められる宇宙年齢として、最も近い値を以下より選べ。

- a.  $4.3 \times 10^{13}$  s
- b.  $4.3 \times 10^{15}$  s
- c.  $4.3 \times 10^{17}$  s
- d.  $4.3 \times 10^{21}$  s

さて、宇宙は現在膨張しているが、未来はどうなるのであろう。厳密には一般相対性理論に基づく議論が必要であるが、力学的エネルギー保存則を用いても、宇宙の運命の概要を理解することができる。

30. まず、地球から遠ざかる二つの銀河の運動エネルギーを比較してみよう。地球から距離  $r_A$  の位置に、質量  $m$  の銀河 A があったとする。また、この 2 倍の距離  $r_B = 2r_A$  の位置に、A と等しい質量  $m$  の銀河 B があったとしよう。銀河 B の運動エネルギーは、銀河 A の何倍か。以下より正しい値を選べ。

- a. 0.5 倍
- b. 1 倍
- c. 2 倍
- d. 4 倍

次に、銀河の位置エネルギーについて考えよう。図 7 の原点  $O$  に地球があり、地球から距離  $r$  の位置に質量  $m$  の銀河があるとする。宇宙空間で重力源となるのは星や銀河だけではなく、ダークマターという物質もある。ダークマターとは、質量はあるが一切の電磁波を発さない物質である。銀河やダークマターは、実際にはところどころで集合している場合もあるが、大きな目で見れば一様に分布していると仮定することができる。そのように考えれば、地球から距離  $r$  の位置にある銀河には、半径  $r$  の球の内側に存在するすべての物質による重力が働くことになる。

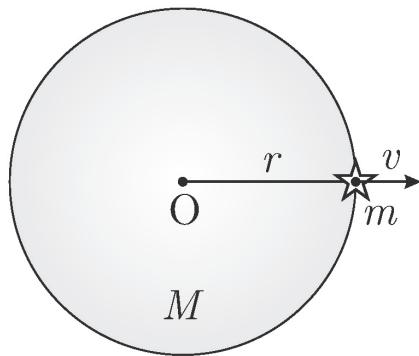


図 7

31. 図 7 に示す銀河の重力加速度は、半径  $r$  の球内にある物質の総質量  $M$  と等しい質量の質点が、原点  $O$  にある場合に同様と考えることができる。宇宙空間の密度の平均値を  $\rho$  としたとき、地球から距離  $r$  にある質量  $m$  の銀河の位置エネルギー  $U_G$  は、どのように表わされるか。以下から正しいものを選べ。

- a.  $-\frac{4\pi\rho mg_0 R_\oplus^3 r}{3M_\oplus}$
- b.  $-\frac{4\pi\rho mg_0 R_\oplus^2 r^2}{3M_\oplus}$
- c.  $-\frac{4\pi\rho mg_0 R_\oplus^2 r}{M_\oplus}$
- d.  $-\frac{4\pi\rho mg_0 R_\oplus r^2}{M_\oplus}$

銀河の力学的エネルギーの総量  $E$  は、運動エネルギー  $K$  と重力による位置エネルギー  $U_G$  の和で与えられる。現在、宇宙は膨張しているが、 $E$  の値の符号によって今後の運命が異なってくる。問 27 の探査機の打ち上げと同様に考えると、銀河が遠ざかるにしたがって、位置エネルギーが増加する分、運動エネルギーは減少する。つまり、宇宙が膨張するほど、膨張速度は減少していく<sup>†</sup>。この膨張速度の変化によって、宇宙の運命は大別して二つの可能性がある。つまり、力学的エネルギー量  $E$  が正の値ならば、膨張速度は減少しても 0 にはならず、宇宙は永遠に膨張し続ける。しかし、 $E$  が負の値ならば、いずれ膨張速度は 0 に達した後に向きが逆転し、今度は宇宙が収縮するという場合を考えられるのである。

32. 力学的エネルギー量  $E$  がちょうど 0 になるときの宇宙の平均密度  $\rho_0$  を臨界密度と呼ぶ。つまり、宇宙の平均密度が  $\rho_0$  よりも高ければ、重力によって宇宙膨張は引き止められ、いずれ宇宙は収縮し始める。逆に平均密度が  $\rho_0$  よりも低ければ、宇宙は永遠に膨張し続けることになる。臨界密度  $\rho_0$  の値として、正しいものを以下より選べ。

- a.  $\frac{H^2 M_\oplus}{8\pi g_0 R_\oplus}$
- b.  $\frac{3H^2 M_\oplus}{8\pi g_0 R_\oplus^2}$
- c.  $\frac{HM_\oplus}{4\pi g_0 R_\oplus^2}$
- d.  $\frac{3HM_\oplus}{4\pi g_0 R_\oplus^3}$

---

<sup>†</sup> 実際には、宇宙には「ダークエネルギー」と呼ばれる空間に斥力を与えるようなエネルギーが存在することが示されている。真空のエネルギーの比率によって、膨張速度が加速していく場合も起こりうる。

33. 臨界密度  $\rho_0$  は、 $1 \text{ m}^3$ あたりに水素原子が何個程度あるときの密度に相当するだろうか。以下から最も近い値のものを選べ。ただし、水素原子1個の質量は、 $m_{\text{H}} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ として計算せよ。
- a. 0.06 個
  - b. 6 個
  - c. 600 個
  - d. 60000 個

実際の宇宙では、宇宙空間全体で平均した水素の密度は、問33で求めた値よりもはるかに低い。しかし、宇宙に存在するダークマター、そしてダークエネルギーと呼ばれるエネルギーを加味すると、宇宙の密度は極めて臨界密度  $\rho_0$  に近い値になることが知られている。したがって宇宙の運命は、膨張が収縮に転じたり、膨張が極端に加速したりすることなく、坦々と永遠に膨張し続けると予想されている。

### 引用文献

- [文献1] “Streaming motions of galaxy clusters within  $12\,000 \text{ km s}^{-1}$  – I. New spectroscopic data”, Smith, R. J., Lucey, J. R., Hudson, M. J., Schlegel, D. J., & Davies, R. L., 2000, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Volume 313, Issue 3, pp. 469–490
- [文献2] “The Carnegie Atlas of Galaxies”, Volume I, Sandage, A., & Bedke, J., 1994, Carnegie Institution of Washington Publ., No. 638

# 化 学

問題(41 - 53)には、それぞれ a, b, c, d の 4 つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, d の中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, d のいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例 

## I

フランスのクルトワが 1811 年に海藻から分離したヨウ素は、フッ素、塩素、臭素とともに 17 族ハロゲン元素である。ヨウ素は日本では地下水に天然ガスとともに含まれて産出することがあり、日本はヨウ素の豊富な資源のある輸出国でもある。また同じ 1811 年には、イタリアのアボガドロが同温同圧同体積の気体中には同数の分子が存在するというアボガドロの法則を発表している。フッ素、塩素、臭素、ヨウ素のハロゲン元素はどれも -1 値の化合物が安定であるように、類似した化学的性質を持っているが、また少しずつ異なった性質も示す。元素 (ア) とカリウムの化合物を水に溶解し、元素 (イ) の水溶液を加え、さらにでんぶん溶液を加えると青紫色を呈する。ハロゲン元素の水素化物の水溶液は一般に強酸性を示すが、元素 (ウ) の水素化物の水溶液は弱酸である。元素 (エ) だけは室温で褐色の液体である。

41. 上の文章の (ア) ~ (エ) にはそれぞれ上記ハロゲン 4 元素が入る。このうち (イ) ~ (エ) が、原子番号の小さいものから大きいものの順番に並んでいるものは次のどれか。

- a. (イ), (ウ), (エ)
- b. (イ), (エ), (ウ)
- c. (ウ), (イ), (エ)
- d. (エ), (ウ), (イ)

42. ハロゲン元素はアルカンと反応して、ハロゲン化アルカンとなる。化学式が  $C_5H_{11}Br$  で表される化合物の構造異性体の数は次のどれか。
- a. 6
  - b. 8
  - c. 10
  - d. 18
43. ハロゲン元素同士の化合物も知られている。25.4 g のヨウ素と 14.2 g の塩素が完全に反応して  $ICl$  と  $ICl_3$  の混合物ができた。このとき  $ICl$  と  $ICl_3$  の生成量はそれぞれ以下のどれか。原子量は、Cl:35.5, I:127 とする。
- a. 16.3 g と 7.10 g
  - b. 32.5 g と 7.10 g
  - c. 16.3 g と 23.4 g
  - d. 25.4 g と 23.4 g
44. 桜つきフラスコの内部を空気で満たしたところ、温度 60°C では 0.87g の空気が入った。このフラスコに液体のハロゲン化アルキル A を 7.0g 入れた。加熱して 60°C にしばらく保つと、A が全て気化して空気を追い出しフラスコを満たした。栓をして室温に冷却した後、フラスコの質量を測定すると、フラスコ内部に 6.3 g の A が入っていたことがわかった。ハロゲン化アルキル A は以下のどれか。ただし、原子量は C:12, F:19, Cl:35.5, Br:80, I:127 とし、空気の平均分子量を 29 とする。
- a.  $CH_2FI$
  - b.  $CF_2Cl_2$
  - c.  $CCl_4$
  - d.  $CF_2Br_2$

## II

あらゆる温度、圧力、体積で、 $pv = nRT$  という状態方程式を厳密に満たす気体を理想気体という。理想気体は、分子自身の体積がなく、分子間力が働くかない仮想的な気体である。ここで、 $p[\text{Pa}]$  は圧力、 $v[\text{L}]$  は体積、 $T[\text{K}]$  は温度、 $n[\text{mol}]$  は物質量、 $R$  は気体定数 ( $8.31\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$ ) を表す。実在の気体は理想気体の状態方程式に厳密には従わない。たとえば、分子の大きさが無視できなくなるので、分子が自由に動きまわる体積が減少する。また分子間力は圧力を減少させる。このような分子間力や分子自身の体積の効果は圧縮因子  $z = \frac{pv}{nRT}$  に現れる。

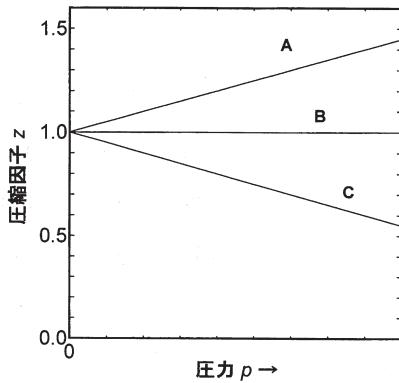


図 1 気体の圧縮因子 ( $z$ ) の圧力 ( $p$ ) 依存性。

45. 3種類の気体 A, B, C の圧縮因子の圧力依存性を図 1 に示す。B が理想気体である。気体 A と気体 C の分子間力と分子の大きさを比較したとき、以下の記述のうちもっとも適切なものはどれか。

- a. 気体 A の方が分子間力が大きく、大きな分子である。
- b. 気体 A の方が分子間力が大きく、小さな分子である。
- c. 気体 A の方が分子間力が小さく、大きな分子である。
- d. 気体 A の方が分子間力が小さく、小さな分子である。

実在気体がもつ性質を知るため、3種類の純粋な気体を用意した。まず、気体 D は亜鉛や鉄に希硫酸を加えて発生させて得る。気体 E は鉄を含む触媒を用いて高温高圧反応で合成する無色、刺激臭のある気体で、その水溶液は弱塩基性を示し、高压では液化しやすい。気体 F はエタノールに濃硫酸を加えて発生させて得る。気体 F は臭素と付加反応を起こす。

46. 気体 D, E, F の化学式で正しいのは次のうちどれか。

- a. 気体 D:  $\text{H}_2$ , 気体 E:  $\text{NH}_3$ , 気体 F:  $\text{C}_2\text{H}_4$
- b. 気体 D:  $\text{O}_2$ , 気体 E:  $\text{SO}_2$ , 気体 F:  $\text{C}_2\text{H}_4$
- c. 気体 D:  $\text{H}_2$ , 気体 E:  $\text{SO}_2$ , 気体 F:  $\text{CH}_4$
- d. 気体 D:  $\text{O}_2$ , 気体 E:  $\text{NH}_3$ , 気体 F:  $\text{CH}_4$

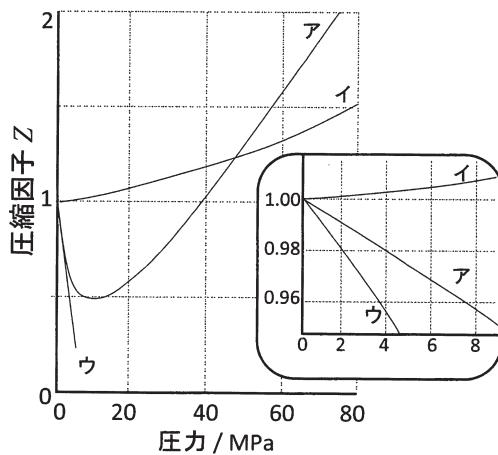


図 2 圧縮因子の圧力依存性。ただし  $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ 。

気体 D, E, F の体積を一定温度 (273K) で圧力を変えながら測定すると、圧縮因子  $z$  と圧力  $p$  の関係は図 2 のようになつた。

47. 気体 D, E, F が示す曲線はそれぞれどれか。

- a. 気体 D:ア, 気体 E:イ, 気体 F:ウ
- b. 気体 D:イ, 気体 E:ウ, 気体 F:ア
- c. 気体 D:ウ, 気体 E:ア, 気体 F:イ
- d. 気体 D:ア, 気体 E:ウ, 気体 F:イ

### III

近年、石油や天然ガス（主な成分はメタン）、石炭などの化石燃料に代わるエネルギー源として、メタノールやエタノールが注目されている。メタノールは燃料電池への利用が期待されており、エタノールは石油（おもな成分はオクタン( $C_8H_{18}$ )）に代わる燃料として検討されている。これらの資源は完全燃焼によって熱エネルギーを得ることができるが、その際、温暖化の一因として問題になっている $CO_2$ を発生させる。下記の気体の生成熱と、結合エネルギーの表を用い間に答えよ。ただし原子量は H:1, C:12, O:16 とする。

物質 (状態)	生成熱 (kJ/mol)
CO (気)	111
$CO_2$ (気)	394
$H_2O$ (液)	286
$CH_4$ (気)	75
$C_2H_6$ (気)	85
$C_8H_{18}$ (液)	255
$CH_3OH$ (液)	239
$C_2H_5OH$ (液)	277

結合	結合エネルギー (kJ/mol)
C-H	414
O-H	464
O=O	498

48. 一酸化炭素と二酸化炭素の生成熱は、それぞれ、111 kJ/mol と 394 kJ/mol である。 $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$  の反応熱にもっとも近いのは以下のどれか。

- a. -283 kJ/mol
- b. -141 kJ/mol
- c. +141 kJ/mol
- d. +283 kJ/mol

49. 燃焼したとき、100kJの燃焼エネルギーを得るのに排出される CO<sub>2</sub> の量がもっとも小さい燃料から大きい燃料の順で並んでいるのは次のうちどれか。

- a. CH<sub>3</sub>OH, C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH, C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>
- b. C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH, CH<sub>3</sub>OH
- c. C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>, CH<sub>3</sub>OH, C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH
- d. C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH, CH<sub>3</sub>OH, C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>

50. エタノールの C–O 結合の結合エネルギーにもっとも近いのは以下のどれか。

- a. 715 kJ/mol
- b. 619 kJ/mol
- c. 391 kJ/mol
- d. 192 kJ/mol

## IV

自然界ではエネルギーが低くなる方向に自発的変化が起こる。化学反応の進む方向についても、エネルギー変化が正か負かで判断することができる。ここで言うエネルギーは、正確には、エネルギーと乱雑さの度合いをあわせて考慮した自由エネルギー ( $G$ ) という量で、それが小さくなる方向に化学変化が起こる。図3はエリンガム図とよばれ、圧力1気圧のもとで、単体と1モルの酸素が反応するときの自由エネルギー変化 ( $\Delta G$ ) を示している。図の線の左端に反応する元素が示され、右端に生成物が記されている。 $\Delta G$  が負であれば、反応が進むことによって自由エネルギーが小さくなる。 $\Delta G$  が正であればその反応は自発的には進まず、反対に逆反応が進む。したがってこの図から単体元素とその酸化物が、酸素と同時に存在するときに、反応がどの方向に進むのかを知ることができる。ただし反応の速度については、自由エネルギーの増減だけから議論することはできない。

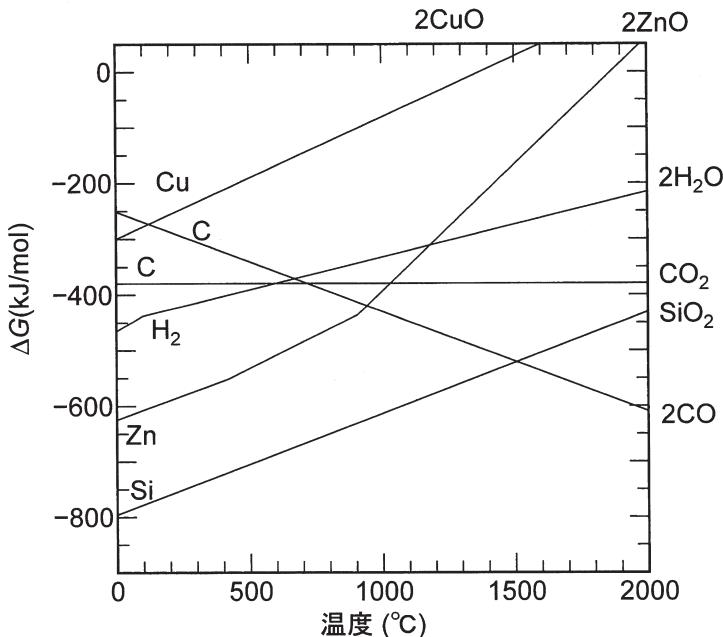


図3 エリンガム図。

51. 図3から読み取れることとして、次の文章のうち正しいものの組合せは以下のどれか。

- ア. 1500°C以下では、Siの酸化反応の $\Delta G$ が最も小さい。
- イ. グラフの傾きが正である反応は、酸化反応によって固体が生成する。
- ウ. 酸化亜鉛は1850°C以上で分解する。
- エ. 図の温度範囲で炭素は酸素と自発的に反応する可能性がある。

- a. ア, イ, ウのみ
- b. イ, ウ, エのみ
- c. ア, ウ, エのみ
- d. ア, イ, エのみ

銅と炭素、酸素が存在している状況を考えよう。図3で、Cu-2CuOと書かれている線と、C-2COと書かれている線で表される二つの酸化反応に注目する。0°Cでは(ア)の酸化反応の方が $\Delta G$ が小さく、 $\Delta G$ は(イ) kJ/molである。これら2本の線は100°Cで交差する。この温度以上では(ウ)という反応の方が(エ)という反応よりも $\Delta G$ が小さい。一方100°C以下では、(エ)という反応の方が $\Delta G$ が大きい。したがって、 $2\text{CuO} + 2\text{C} = 2\text{Cu} + 2\text{CO}$ という反応でCuOからCuを得るためには、少なくとも100°C以上でなければならない。

52. 上の文章の(ア)から(エ)に入る適切な語句や反応式の組合せは以下のどれか。

- a. (ア) Cu, (イ) +290, (ウ)  $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$ , (エ)  $2\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}$
- b. (ア) Cu, (イ) -290, (ウ)  $2\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}$ , (エ)  $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$
- c. (ア) C, (イ) +250, (ウ)  $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$ , (エ)  $2\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}$
- d. (ア) C, (イ) -250, (ウ)  $2\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}$ , (エ)  $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$

53. 水で炭素を酸化できるかどうかを考える。以下の文章のうち正しいものの組合せは次のうちどれか。

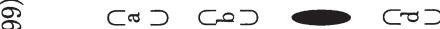
- ア. 670 °C以上では可能である。
- イ. 600 °Cと670 °Cの間の温度では可能である。
- ウ. 600 °C以下では可能である。
- エ. 670 °C以上では不可能である。

- a. アとイはともに正しい。
- b. アとウはともに正しい。
- c. イとエはともに正しい。
- d. ウとエはともに正しい。

(このページは空白です)

## 生 物

問題(61 - 77)には、それぞれ a, b, c, d の 4 つの答えが与えてあります。各問題につき、a, b, c, d の中から、もっとも適切と思う答えを一つだけ選び、解答カードの相当欄にあたる a, b, c, d のいずれかのわくの中を黒くぬって、あなたの答えを示しなさい。

例 

### I

細胞構造、細胞分裂、細胞周期に関する以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

生物体の最少単位は細胞である。細胞は原核細胞と真核細胞に分けられる。大腸菌などの細菌は **A** 原核細胞に属し、極めて単純な構造をしている。一方、真核細胞は核をもち、染色体が核膜で包まれ、さまざまな細胞小器官が存在する。また大きさも真核細胞がふつう数十ミクロン程度で、光学顕微鏡で観察できるのに対し、**B** 原核細胞は数ミクロンと極めて小さい。光学顕微鏡で真核細胞の構造を観察すると、**C** 動物細胞と植物細胞で共通する構造が見られる一方、それぞれの細胞にだけ存在するものもある。

真核細胞の体細胞の分裂過程は、(ア)期と(イ)期に区分される。(ア)期では核がみられ、染色体はほぐれた状態で存在する。この時期には、**D** 染色体が複製されて2倍になるなど、(イ)期にはいる準備が行われている。(イ)期には核分裂と細胞質分裂が起こる。核分裂は、前期、中期、後期、終期と進み、細胞質分裂を経て、2つの細胞になる。前期には、糸状に核内に散在していた染色体は、徐々に凝集することにより棒状にはつきりと見えるようになる。核小体と核膜が消え、多数の(ウ)からなる(エ)が形成される。中期になると、(ウ)の一部が各染色体の(オ)に付着し、やがて(カ)に並ぶ。後期に入ると、それぞれの染色体が(ウ)に引っ張られるように裂け目の部分で分離し、(エ)の両端に向かって移動する。そして終期には、再び核膜と核小体が現

れ、もとと同じ核が2個形成され、核分裂が終了する。この時期の細胞には、1個の細胞に2個の核が存在することになり、引き続き2個の核を隔てる細胞質分裂がおこり、細胞質が二分され、体細胞分裂が終了する。この細胞分裂のサイクルを細胞周期という。

61. 以下のかっこ内の語句のうち、適切な語句を（ア）～（カ）に入れて文章を完成させたとき、使われなかつた語句の組み合わせを選べ。

【染色体、間、相同染色体、細胞板、赤道面、紡錘糸、分裂、動原体、紡錘体、分配】

- a. 染色体、赤道面、紡錘糸、分配
- b. 間、紡錘体、分裂、赤道面
- c. 細胞板、紡錘糸、動原体、間
- d. 染色体、相同染色体、細胞板、分配

62. 下線部Aについて、次の記述（1）～（5）のうち誤っているものの組み合わせを1つ選べ。

- (1) 原核細胞には核膜に包まれた明瞭な核がない。
- (2) 原核細胞はミトコンドリアなどの細胞小器官をもっている。
- (3) 原核細胞によっては染色体としてRNAをもつものもある。
- (4) 原核細胞はATPの生産が可能である。
- (5) 原核細胞はリボソームをもたない。

- a. (1) と (2) と (4)
- b. (1) と (3) と (4)
- c. (2) と (3) と (5)
- d. (2) と (4) と (5)

下線部 B について、次の文章を読み、問い合わせよ。

原核細胞の一種である大腸菌の一つひとつの細胞は肉眼で観察することが困難であるので、培養液中の細胞数を数えることは難しい。しかし、栄養を含む寒天培地上で細胞が増殖を繰り返して形成するコロニー（細胞1個に由来する細胞集団）としてなら肉眼で観察できるため、培養液を薄めて栄養寒天培地上に広げ、生じたコロニーを数えれば、培養液中の細胞数を知ることができる。以下は実際に大腸菌数を数えるために行った操作である。大腸菌の培養液0.10 mLをとって生理食塩水9.9 mLと混ぜ、よく攪拌（かくはん）した後にそのうちの0.10 mLをとって更に新しい生理食塩水9.9 mLに混合した。それを攪拌の後、1.0 mLをさらに生理食塩水9.0 mLと混ぜ、攪拌の後、そのうちの0.050 mLを栄養寒天培地上に塗り広げた。これを37°Cで一晩培養したところ、寒天培地上に460個のコロニーが生じた。

63. この結果から、もとの培養液1 mLあたりに何個の細胞が存在したことになるか。正しいものを1つ選べ。

- a.  $2.3 \times 10^6$  個/mL
- b.  $4.6 \times 10^7$  個/mL
- c.  $9.2 \times 10^8$  個/mL
- d.  $4.6 \times 10^9$  個/mL

下線部 C について、以下の問い合わせに答えよ。

64. 以下に示す動物細胞や植物細胞で見られる構造体の機能に関する記述の内、誤っているものの組み合わせを選べ。

構造体	構造体の機能
葉緑体	クロロフィルを含み、光を利用して、光合成を行う。
核	遺伝子の本体である DNA とタンパク質からなる染色体を含む。
ゴルジ体	細胞内物質を細胞外へ分泌する。
ミトコンドリア	呼吸に関する酵素を多く含み、エネルギーを生産する。
細胞壁	セルロースからなる強い構造をもち、細胞の保護や細胞同士の接着に関わる。
核膜	核への物質の出入りの調節に関わる。
液胞	種々の化学反応の場で細胞小器官の配置や輸送に関係する。
細胞質基質	有機物や無機塩類の蓄積や、細胞の浸透圧調節の役割を持つ。

- a. 細胞壁 と 核膜
- b. 核膜 と 液胞
- c. 液胞 と 細胞質基質
- d. 細胞質基質 と 細胞壁

65. 以下の構造体のうち、動物細胞にはなくて植物細胞にだけ存在するものの組み合わせとして正しいものは次のどれか。

- a. ゴルジ体 と 液胞
- b. 液胞 と 細胞壁
- c. 細胞壁 と 中心体
- d. 中心体 と ゴルジ体

下線部 D の染色体の複製について、以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

ワトソンとクリックは 1953 年、英國科学雑誌 *Nature* に DNA の分子構造が二重らせん構造であるというモデルを発表した。その論文にはこの構造が DNA 複製様式をも示唆するものであると述べられている。複製時には DNA の 2 本の鎖がほどけ、それぞれの鎖を親鎖(錆型鎖)にして、A と T, G と C が対応するように娘鎖(新生鎖)が合成される。このような片側の鎖が保存された複製様式を半保存的複製という。

メセルソンとスタールは重さの異なる窒素、 $^{14}\text{N}$  と  $^{15}\text{N}$  を用い、このことを証明した。彼らは重い窒素原子である  $^{15}\text{N}$  のみを窒素源として含む培地で培養すると、複製に際し合成された鎖には  $^{15}\text{N}$  が取り込まれて一般的な窒素である軽い窒素  $^{14}\text{N}$  と置き換わり、複製の前後で親 DNA 分子と娘 DNA 分子の重さを区別できると考えた。そこでまず大腸菌を  $^{15}\text{N}$  のみを含む培地で長時間培養し、すべての窒素を  $^{15}\text{N}$  に置き換えた。次にこの大腸菌を  $^{14}\text{N}$  のみを含む培地で一斉に分裂させ、分裂のたびに大腸菌を採取して、DNA を取り出し、遠心分離により DNA の重さを比較した。その結果、DNA は  $^{15}\text{N}$  のみを含む重い DNA,  $^{15}\text{N}$  と  $^{14}\text{N}$  を含む中間の重さの DNA,  $^{14}\text{N}$  のみを含む軽い DNA の 3 通りが見られ、その量の比は分裂前、1 回目の分裂後、2 回目の分裂後で異なった。

66. 3 回目の分裂後の細胞から抽出した DNA の、重い DNA, 中間の重さの DNA, 軽い DNA の比として正しいものを選べ。

- a. 0:1:3
- b. 0:1:7
- c. 0:2:0
- d. 1:2:1

67. 問題 66 の 3 回目の分裂後、再度、 $^{15}\text{N}$  のみを窒素源とする培地で 2 回分裂させると、抽出した DNA の、重い DNA、中間の重さの DNA、軽い DNA の比はどうなるか。正しいものを選べ。

- a. 0:9:7
- b. 1:2:1
- c. 3:1:0
- d. 9:7:0

細胞周期について、以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

図 1 はある真核細胞を培養し、培養開始時および培養開始後 2 時間おきに一定数の細胞を採取して、細胞中の DNA 量を測定した結果をグラフで示したものである。グラフの横軸は細胞 1 個あたりの DNA 量（相対値）を示し、両親由来の染色体を 1 対ずつもつ細胞の DNA 量（相対値）を  $2n$  とする。縦軸はその DNA 量を持つ細胞数に相当する値を示す。

培養開始時および開始 2 時間後の細胞はほとんどが両親由来の染色体を 1 対ずつもった細胞 ( $2n$ ) であり、これは細胞周期の（キ）にあたる。培養開始 4 時間後から 8 時間後にかけて、 $2n$  から  $4n$  になっているのでその間に（ク）があったと考えられる。培養開始 8 時間後では、ほとんどすべての細胞が  $4n$  の（ケ）となり、それ以降で細胞質分裂を経て、14 時間後にはほとんどの細胞が再度（キ）を迎えた。

68. この実験結果について記述の空欄（キ）、（ク）、（ケ）に入る適切な語の組み合わせはどれか。

- a. (キ) DNA 複製準備期 , (ク) DNA 複製期 , (ケ) 分裂準備期
- b. (キ) 核分裂準備期 , (ク) DNA 複製期 , (ケ) 細胞分裂準備期
- c. (キ) 分裂準備期 , (ク) 分裂期 , (ケ) 分裂期後期
- d. (キ) 細胞分裂準備期 , (ク) DNA 複製準備期 , (ケ) DNA 複製期

69. ある薬品 X は紡錘糸形成を阻害する作用をもつ。従って培養開始時に薬品 X を加えて培養を開始すると細胞周期があるところで停止する。この細胞を採取し、細胞あたりの DNA 量を測定すると、図 1 に示したどのグラフが得られると考えられるか。

- a. 2 時間後のグラフ
- b. 4 時間後のグラフ
- c. 8 時間後のグラフ
- d. 12 時間後のグラフ

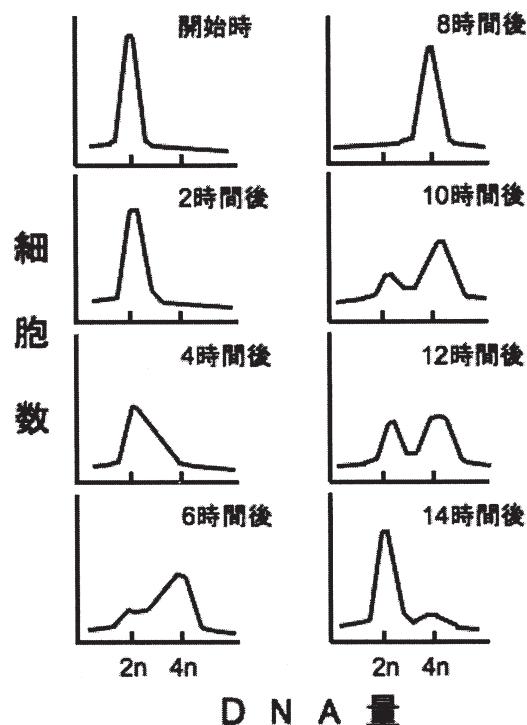


図 1 細胞培養にともなう DNA 量の経時変化

## II

遺伝に関する以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

遺伝の法則は19世紀にメンデルによって提唱された。その後、遺伝を担う実体はDNAと呼ばれる物質であることが明らかとされた。2003年に完了したヒトゲノムプロジェクトによって、約30億文字の配列情報が明らかにされたが、配列情報の意味、すなわち配列情報と形質との関連が解明されていない配列も多く残されている。生き物のほとんどの形質には、遺伝因子と環境因子が関与しており、遺伝子が形質のすべてを決定するわけではないのだが、中には遺伝子型によってのみ決まるような形質も存在するのも確かである。メンデルが報告したエンドウの種子の形（丸としわ）など、遺伝子型で形質が決定する形質を「メンデル形質」という。

血液型もメンデル形質の一つである。血液型は分類の方法が400種類以上あると言われているが、最も身近な血液型はABO式血液型であろう。輸血の際には原則として同じ血液型の血液が患者に輸血される。例えば、A型の血液をB型の患者に輸血してしまうと、血液はたちまち凝集してしまう。これは、臓器移植の際に問題となる拒絶反応のように、ヒトを含む高等哺乳動物にある免疫機能が働いたために起こる。具体的には、この場合A型の赤血球細胞表面にある（1）とB型の患者の血しょう中にある（2）が結合することにより、患者の免疫システムがA型の赤血球を「非自己」つまり、異物として認識し排除したためである。

前述の通り、血液型は遺伝子型によって決まっているので、以前は親子鑑定の指標として用いられていた。例えば、両親の血液型がA型とO型であった場合、子どもは（3）、また、両親がどちらもA型であった場合、（4）などである。A型、B型、O型はそれぞれ遺伝子A、遺伝子B、遺伝子Oの組み合わせで決まっている。ABO式血液型のように、3つ以上の遺伝子が対立関係にある場合、これらの遺伝子を（5）という。このように血液型というごく身近な形質を知ることによって、間接的にある程度遺伝子情報を得ることができるのである。

70. 文中空欄 ( 1 ), ( 2 ), ( 5 )に入る適切な語の組み合わせはどれか.

- a. ( 1 )抗原 , ( 2 )抗体 , ( 5 )複対立遺伝子
- b. ( 1 )抗体 , ( 2 )抗原 , ( 5 )複対立遺伝子
- c. ( 1 )抗原 , ( 2 )抗体 , ( 5 )偽対立遺伝子
- d. ( 1 )抗体 , ( 2 )抗原 , ( 5 )偽対立遺伝子

71. 文中空欄 ( 3 )に当てはまる適切なものを選べ.

- a. A型にもB型にもならない
- b. A型かB型になる
- c. AB型になる
- d. O型になる

72. 文中空欄 ( 4 )に当てはまる適切なものを選べ.

- a. 必ずA型になる
- b. 必ずO型になる
- c. O型になり得ない
- d. O型になり得る

ある 2 つの遺伝子が分離しない場合、それらの遺伝子は連鎖しているという。今、ヒト疾患 D の遺伝子の染色体上の位置を求める目的で、血液型及びマーカー遺伝子 M との関係を調べた。成人になって発症する疾患 D はメンデルの法則に従う常染色体劣性遺伝疾患である。図 2 は疾患 D を発症した家系図を表している。四角は男性、丸は女性を示し、黒は疾患 D 発症者、白は非発症者を表す。母の斜線は既に死亡していることを表す。マーカー遺伝子とは、ここでは同一種内で DNA の配列がわずかに異なる部分を指す。図中のアルファベットは血液型を、数字は子どもが生まれた順番を表す。

この家系の個人についてマーカー遺伝子 M の遺伝子型を調べた。具体的には、DNA 増幅という手法でマーカー遺伝子 M を増幅した。次に、その DNA 断片をその長さにより分離した。この手法を用いることで、増幅した DNA 断片の数や長さを知ることができる。

図 3 はこの実験の結果を示している。DNA 断片は横線で表されており、例えば父親からは、m2, m3 という 2 種類の大きさの DNA 断片が検出されていることが分かる。これらのマーカー遺伝子 M の対立遺伝子は父親が、父親の両親からそれぞれ引き継いだ遺伝子であることに他ならない。なお、母親はマーカー遺伝子 M のテストは行われなかった。図中の数字は子どもが生まれた順番を表す。

また、ここでは染色体上で、

### 【マーカー遺伝子 M】 - 【疾患遺伝子】 - 【血液型遺伝子 (ABO)】

の順番で遺伝子が並んでいるものとする。

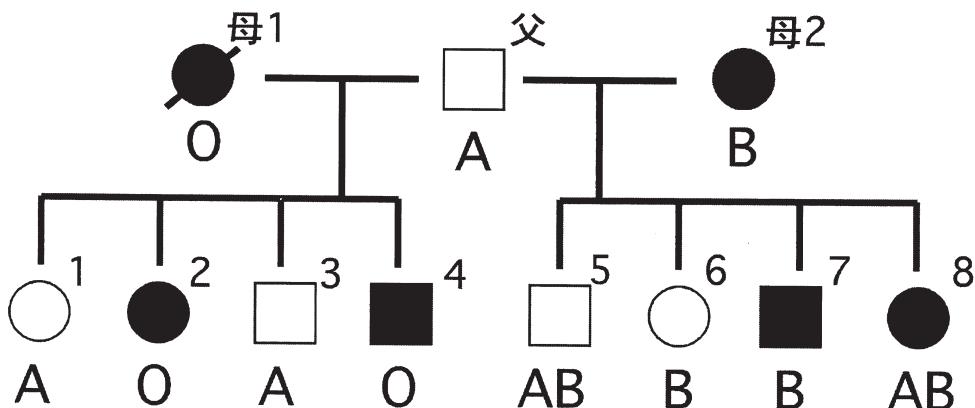


図 2 疾患 D を発症した家系の家系図

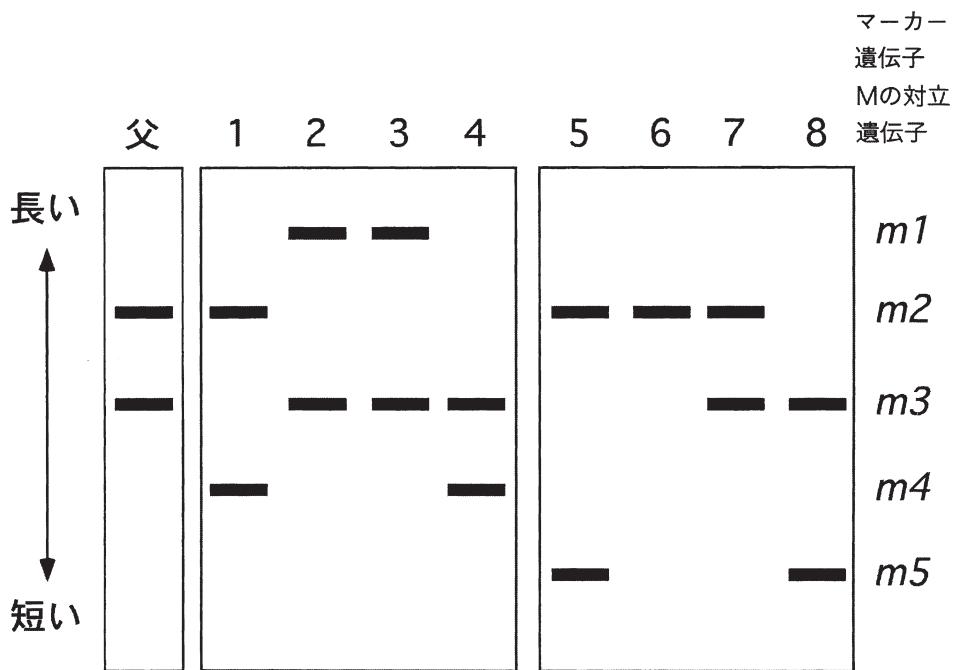


図3 疾患Dを発症した家系のマーカー遺伝子Mの遺伝子型

73. 第1子, 第2子が父方から受け継いだマーカー遺伝子Mの対立遺伝子はそれぞれ  
(ア), (イ)である。

- a. (ア)  $m_2$ , (イ)  $m_1$
- b. (ア)  $m_2$ , (イ)  $m_3$
- c. (ア)  $m_4$ , (イ)  $m_1$
- d. (ア)  $m_4$ , (イ)  $m_3$

74. この家系の遺伝子解析の結果を元にマーカー遺伝子Mと疾患遺伝子の組換え価を算出し, 最も近いものを選べ。ただし, 組換え価は50%を超えないものとする。

- a. 0%
- b. 13%
- c. 25%
- d. 38%

75. 父親の 2 本の相同染色体のうち、マーカー遺伝子 Mについて対立遺伝子  $m2$  がのっている染色体上の対立遺伝子の並びで正しいと予想されるものはどれか。ただし、疾患対立遺伝子とその正常対立遺伝子をそれぞれ、 $d$ ,  $n$  とし、血液型 A 型、O 型の対立遺伝子をそれぞれ、 $A$ ,  $O$  とする。
- a.  $m2 - n - A$
  - b.  $m2 - n - O$
  - c.  $m2 - d - A$
  - d.  $m2 - d - O$
76. 疾患対立遺伝子  $d$  とその近傍の遺伝子は、同じ組み合わせで親から子へ伝達される可能性が高い。疾患遺伝子と、ABO 血液型遺伝子及びマーカー遺伝子 Mとの距離について、以下の記述から正しいものを選べ。
- a. 疾患遺伝子と ABO 遺伝子との距離と、疾患遺伝子とマーカー遺伝子 Mとの距離はほぼ同じである。
  - b. 疾患遺伝子は、より ABO 遺伝子に近い。
  - c. 疾患遺伝子は、よりマーカー遺伝子 Mに近い。
  - d. 疾患遺伝子はどちらかの遺伝子により近いとはいえない。
77. 第 9 子（母 2 の子）が生まれたとすると、第 9 子が疾患を発症する確率は（ウ）である。さらに、この第 9 子のマーカー遺伝子 M の遺伝子型を調べたとき、対立遺伝子  $m2, m5$  を受け継いでいることが判明したとすると、このとき疾患 D を発症する確率は（エ）である。（ウ）、（エ）の組み合わせで適切なものを選べ。
- a. （ウ） 50%，（エ） 0%
  - b. （ウ） 100%，（エ） 0%
  - c. （ウ） 50%，（エ） 13%
  - d. （ウ） 100%，（エ） 13%